Berechnung der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Netzen mit Hilfe inhomogener Ersatzleitungen

Der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Ying-duo Han

Erlangen 1986

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538124_0018

Berechnung der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Netzen mit Hilfe inhomogener Ersatzleitungen

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von
Ying-duo Han

Erlangen 1986

Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg
Tag der Einreichung: 11. Juli 1985
Tag der Promotion: 27. März 1986
Dekan: Prof. Dr.-Ing. H. Brand
Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. G. Hosemann
Prof. Dr.-Ing. E. Handschin

Vorwort:

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Stipendiat der Alexander von Humboldt-Stiftung am Lehrstuhl für Elektrische Energieversorgung der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Hosemann gebührt mein aufrichtiger Dank für die Anregung zu dieser Arbeit, für viele richtungsweisende Ratschläge sowie für die intensive und kritische Durchsicht des Manuskriptes.

Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Handschin, Universität Dortmund, bin ich für die Übernahme des Korreferates sehr dankbar.

Allen Mitarbeitern im Institut danke ich für das angenehme Klima, in dem ich arbeiten konnte, insbesondere Herrn Dr.-Ing. K.Fr. Eichhorn und Herrn Dr.-Ing. W. Meyer für die hilfreichen Ratschläge und anregenden Diskussionen. Für die Reinschrift des Manuskriptes möchte ich Frau H. Sobkowiak, für die Reinzeichnung der Bilder Frau I. Hartmann herzlich danken.

Mein Dank gilt ferner der Alexander von Humboldt-Stiftung für die gewährte Förderung.

Inhaltsverzeichnis:

		Seite
1.	Aufgabe	1
1.1	Frequenzverläufe nach Wirkleistungsänderungen	1
1.2	Strahlen- und Maschennetze	3
1.3	Kraftwerke	3
2.	Modellbildung für ausgedehnte Netze	4
2.1	Innen- und Außennetze	5
2.2	Linearisierung der benutzten Gleichungen	7
2.3	Elektrisches Analogon der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge	13
2.4	Umwandlung des Außennetzes in eine inhomogene Ersatzleitung	18
2.5	Homogene Leitung	21
2.6	Exponentialleitung und Besselleitung	32
3.	Berechnung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge mit dem Exponentialleitungsmodell	36
3.1	Ersatz eines ausgedehnten Strahlennetzes durch eine äquivalente Exponentialleitung	36
3.2	Endliche Exponentialleitung	39
3.2.1	Frequenzstarrer Netzrand	41
3.2.2	Leistungsloser Netzrand	45
3.2.3	Ausbreitung der Vorgänge auf der Exponentialleitung	46
3.3	Unendliche Exponentialleitung	51
3.4	Näherungsformeln für die unendliche Exponentialleitung	55
3.5	Einfluß der Primärregler	60
4.	Berechnung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge mit dem Besselleitungsmodell	65
4.1	Ersatz eines ausgedehnten Strahlennetzes durch eine äquivalente Besselleitung	65
4.2	Endliche Besselleitung	65
4.2.1	Frequenzstarrer Netzrand	70
4.2.2	Leistungsloser Netzrand	73
4.2.3	Ausbreitung der Vorgänge auf der Besselleitung	75

4.3	Unendliche Besselleitung	81
4.4	Näherungsformeln für die unendliche Besselleitung	82
4.5	Einfluß der Primärregler	87
5.	Behandlung regelmäßig vermaschter Netze	91
5.1	Exponentialleitung	91
5.2	Besselleitung	95
6.	Bestimmung der Kenngrößen für die inhomogenen Ersatzleitungen	101
6.1	Erste Bezugsgröße: Bezugsimpedanz Z_{ref}	101
6.2	Zweite Bezugsgröße: Eigenkreisfrequenz ω_e der rotierenden Maschinen	101
6.3	Dritte Bezugsgröße: Bezugslänge l_{ref}	104
6.4	Exponentialfaktor μ und bezogene Netzausdehnung N	104
6.5	Verzweigungsgrad k_E und k_B	105
6.6	Einfluß der Primärregler	108
7.	Beurteilung der Ergebnisse	109
7.1	Modellgenauigkeit	109
7.2	Rechenzeiten	109
8.	Anwendungsbeispiele	114
9.	Zusammenfassung	119
10.	Literatur	120
	Anhang:	A 1
	Verwendete Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen	A 1
	Lebenslauf	

1. Aufgabe

1.1 Frequenzverläufe nach Wirkleistungsänderungen

Eine der wichtigsten Betriebsgrößen der elektrischen Energieversorgung ist die Netzfrequenz. Sie dient als Kriterium, um zu erkennen, ob die Erzeugung jederzeit zum jeweiligen Verbrauch paßt. Bei elektrischen Versorgungsnetzen gibt es leider keine wirksame Speicherkapazität. Anhaltende Änderungen der Verbraucherleistung müssen daher durch eine Nachführung der Erzeugerleistung gedeckt werden. Da die Primärregelung der Kraftwerke verzögert folgt, erscheint eine Ausbreitung der Frequenzabweichung im Netz von Sollwert immer als Folge von Last- oder Erzeugeränderungen. Über die Abweichungsdauer der Frequenz vom 50-Hz-Nennwert im Netz der UCPTE vom 1.7.1977 bis 30.6.1978 gibt Tabelle 1.1.1 Auskunft /1/. Die Größe einer Frequenzabweichung hängt auch im Verbindnetz von der Größe der Laständerung ab. Bild 1.1.1 zeigt die Frequenzänderungen bei unterschiedlichen Lastsprüngen, die für das Netz der UCPTE berechnet werden /1/.

Frequenzabweichung Δf mHz	Zeitdauer der h/a	Abweichung %
mehr als +100	26	0,3
+100 bis + 50	526	6,0
+ 50 bis + 25	835	9,5
+ 25 bis - 25	6400	73,2
- 25 bis - 50	705	8,0
- 50 bis - 75	226	2,58
- 75 bis -100	31	0,34
-100 bis -150	5,7	0,06
mehr bis -150	0,3	0,003

Tabelle 1.1.1 Dauer der Frequenzabweichung vom 50-Hz-Nennwert im Normalbetrieb in der Zeit vom 1.7.1977 bis 30.6.1978 im westeuropäischen Verbundnetz

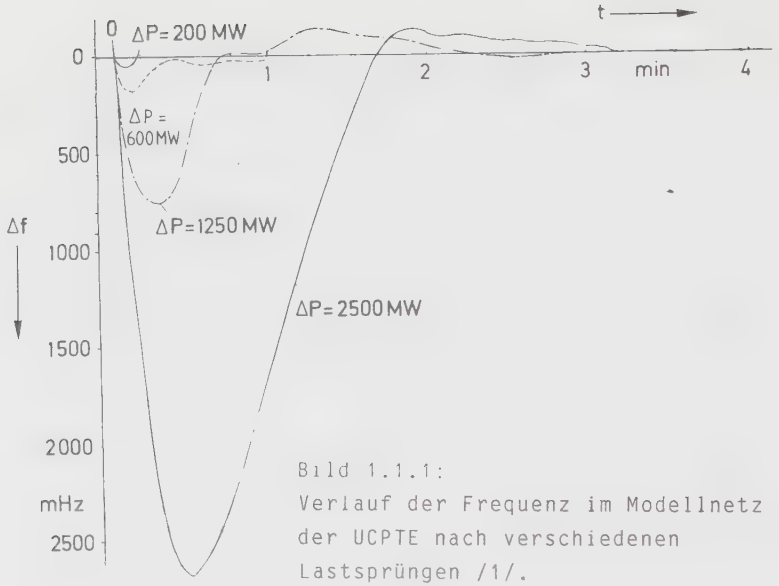


Bild 1.1.1:
Verlauf der Frequenz im Modellnetz der UCPTE nach verschiedenen Lastsprüngen /1/.

Größere Frequenzschwankungen bringen erhebliche Nachteile sowohl für die Verbraucher als auch für die Erzeuger. In den ungünstigsten Fällen sind großflächige Versorgungsunterbrechungen die Folge, die teilweise über längere Zeit andauern; häufig ist die Wiederinbetriebsetzung solcher Netze sehr schwierig. Welche empfindliche Konsequenzen länger andauernde Stromausfälle verursachen, lassen die Blackouts in New-York am 9.11.1965 und am 13.7.1977 erkennen. Aber auch die Störung am 13.4.1976, bei der weite Teile Süddeutschlands und Österreichs spannungslos waren, war überaus unangenehm. Deshalb hat die Untersuchung der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge und ihrer räumlichen Ausdehnung eine große theoretische und praktische Bedeutung. In der Literatur /2-8/ gibt es einige Ansätze zur Analyse der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge, bei denen aber meist die Bewegungen zwischen

den einzelnen Generatoren unberücksichtigt bleiben. Andere Ansätze /9, 10/ gehen unmittelbar auf numerische Berechnungen im Zeitbereich oder mittels Laplace-Rücktransformation, um die Bewegungen zwischen den einzelnen Generatoren in einem Netz zu berücksichtigen; bringen daher aber keine allgemeingültigen Ergebnisse.

Deshalb wird hier von früheren Arbeiten /35, 37, 38, 79/ ausgehend, die Berechnung der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Netzen mit Hilfe inhomogener Ersatzleitungen durchgeführt.

1.2 Strahlen- und Maschennetze

Ausgedehnte Netze können in Strahlennetze und Maschennetze eingeteilt werden. Wegen der technischen und wirtschaftlichen Vorteile überwiegen in den höchsten Spannungsebenen jedoch die Maschennetze. Beispielsweise ist das in Bild 1.2.1 gezeigte europäische Hochspannungsverbundnetz ein solches /32/. In der vorliegenden Arbeit werden die (ΔP, Δf)-Vorgänge in ausgedehnten Strahlen- und Maschennetzen mit Hilfe geeigneter idealisierender Modelle analysiert.

1.3 Kraftwerk

Vernachlässigt man bei dynamischen Berechnungen in ausgedehnten Netzen die Schwingungen zwischen den einzelnen Generatoren, so erhält man nur die mittlere Frequenzabweichung im Netz. Für eine genauere Analyse der komplizierten elektromechanischen Vorgänge sowie ihrer Ausbreitung wird hier jedes Kraftwerk als Querzweig an einem Netzknoten separat berücksichtigt.
Die Primärregler der Generatoren spielen dabei eine wichtige Rolle und müssen daher berücksichtigt werden. Die Wirkung der Sekundärregelung in den Kraftwerken ist nur nach längerer Zeit bemerkbar. Sie gehört daher zum Problem der Mittelzeitstabilität und wird hier nicht betrachtet.

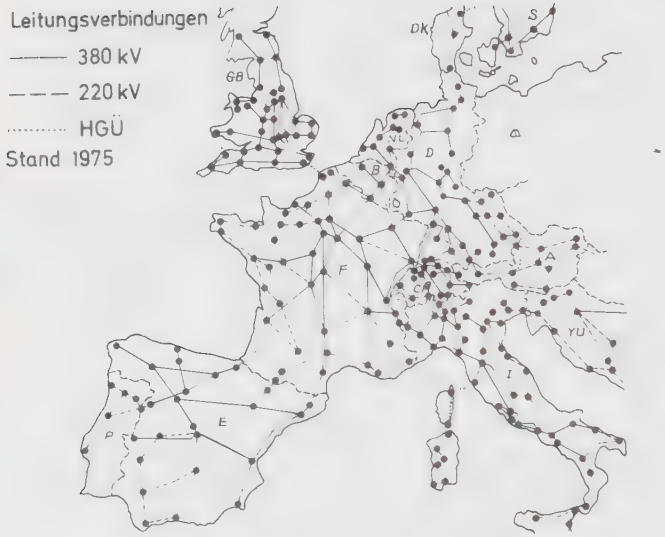


Bild 1.2.1: Europäisches Hochspannungs-Verbundnetz

2. Modellbildung für ausgedehnte Netze

Das Modell muß dem zu untersuchenden Problem unter Beachtung der geforderten Genauigkeit angepaßt werden. Es muß mit möglichst wenigen Parametern auskommen, da ein universelles Modell kaum mehr zu handhaben ist. Dabei ist der dynamische Zusammenhang zwischen der Blindleistung und der Spannung in Verbundnetzen überaus einfach, da dabei ein ausschließlich elektromagnetischer Ausgleichsvorgang sponten stattfindet. Die Beziehung zwischen den Wirkleistungs- und Frequenzänderungen in Verbundnetzen ist dagegen wesentlich verwickelter, da sie auf dem allmählichen Ablauf mechanischer Ausgleichsvorgängen beruht. Sie zugleich einfach und exakt zu behandeln

ist praktisch unmöglich. Daher werden Vereinfachungen vorgenommen, deren Zulässigkeit durch den Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Ergebnissen nachgewiesen werden müssen.

2.1 Innen- und Außennetz

Zur Vereinfachung des Studiums der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge soll hier das Netz nur in der Umgebung des jeweils betrachteten Ortes, dem sogenannten "Innennetz", exakt nachgebildet werden. Das entferntere, sogenannte "Außennetz" wird durch ein geeignetes dynamisches Äquivalent beschrieben, das auch die weiter entfernten Generatoren enthält. Der Zustand des Verbindungsknotenpunktes zwischen dem Innen- und Außennetz ist vollständig beschrieben durch die Beträge der dortigen Wirkleistung P und Blindleistung Q, sowie durch Betrag und Phase der dortigen Spannung $U\angle\Theta$, wie sie in Bild 2.1.1 dargestellt sind.

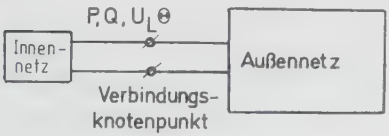


Bild 2.1.1:
Verbindung zwischen Außen- und Innennetz

Dabei gelten:

$$P = P_0 + \Delta P; \qquad Q = Q_0 + \Delta Q;$$

$$U = U_0 + \Delta U; \qquad \Delta\Theta = \int_0^{\Delta t} 2\pi\Delta f \, dt .$$

$$\Theta = \Theta_0 + \Delta\Theta;$$

Hierin sind P_0, Q_0, U_0 und Θ_0 die stationären Zustandsgrößen ΔP, ΔQ, ΔU und $\Delta\Theta$ die entsprechenden kleinen Änderungen. Bei Hochspannungsnetzen können die ohmschen Widerstände R von Generatoren und Leitungen im Außennetz vernachlässigt werden. Solange in den Zweigen $\Delta U \simeq x I_b$ und $U\Theta \simeq x I_w$ ausreichend genau ist, lassen sich dann ΔU und Θ mit zweiteiligen, getrennten Außennetzmodellen behandeln.

Bild 2.1.2 zeigt ein entsprechendes Schema mit den Zustandsgrößen des Verbindungsknotenpunktes. Das Verhältnis zwischen der Wirkleistungsänderung ΔP und der Frequenzänderung Δf kann mit Hilfe des (ΔP, Δf)-Modells bestimmt werden.

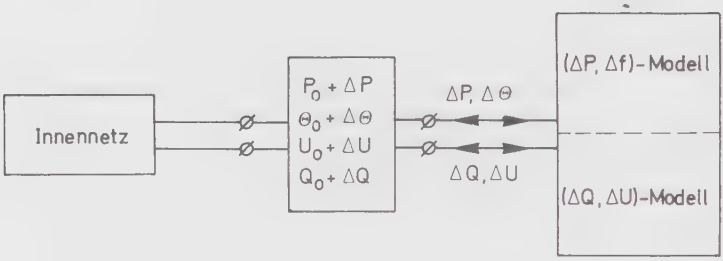


Bild 2.1.2: (ΔP,Δf)-Vorgänge und ΔQ-ΔU-Vorgänge getrentes Modell für dynamisches Äquivalent des Außennetzes.

Das (ΔQ, ΔU)-Modell eines Außennetzes, mit dem sich das Verhältnis zwischen der Blindleistungs- und der Spannungsänderung ΔU berechnen läßt, besteht einfach aus den Reaktanzen und Quellenspannungen des Außennetzes.

Wenn eine nicht zu große Leistungsänderung dem Außennetz eingeprägt wird, bleiben die Änderungen ΔU und ΔQ klein. In diesem Fall reicht das (ΔP, Δf)-Modell aus. Anderenfalls müssen beide Modelle angewendet werden, wobei man zweckmäßig zuerst ΔU und dann Δf bestimmt, weil Δf nach den Abschnitten 3.2 oder 4.2 auch von ΔU abhängt.

2.2 Linearisierung der benutzten Gleichungen

Die nichtlineare Bewegungsgleichung jedes Synchrongenerators (siehe Bild 2.2.1) lautet

$$\frac{T_{ai}}{\omega_n^2} S_{nGi} \frac{d^2\Theta_{Gi}}{dt^2} + \frac{S_{nGi}}{\omega_n} K_{Di} \frac{d\Theta_{Gi}}{dt} +$$

$$+ M_{el}(t, \Theta_{G1}, \Theta_{G2}, \dots \Theta_{Gn}) = \frac{M_{mech}(t)}{p} ; \quad i = 1, \dots n. \qquad (2.2.1)$$

Dabei ist M_{el} das elektromagnetische Moment je Polpaar des Synchrongenerators, M_{mech} das mechanische Antriebsmoment der Turbine, p die Polpaarzahl, Θ der Polradwinkel,

$T_a = \frac{J}{\omega_n^2/p^2} \cdot \frac{1}{S_{nG}}$ die Anlaufzeitkonstante, K_D die Dämpfungskonstante, S_{nG} die Nennscheinleistung und ω_n die synchrone Kreisfrequenz. Zur Vereinfachung werden im folgenden Abweichungen der Größen Θ , M vom Betriebspunkt mit kleinen Buchstaben θ , m bezeichnet, also $\Delta\Theta = \theta$ und $\Delta M = m$. Für kleine Abweichungen von θ kann man die Funktion von M_{el} in eine Taylor-Reihe entwickeln. Damit erhält man unter Vernachlässigung der quadratischen und höheren Glieder obiger Reihe das folgende System linearer Differentialgleichungen 2. Ordnung:

$$\frac{T_{ai}}{\omega_n^2} S_{nGi} \frac{d^2\theta_{Gi}}{dt^2} + \frac{S_{nGi}}{\omega_n} K_{Di} \frac{d\theta_{Gi}}{dt} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial M_{eli}}{\partial \Theta_{Gj}} \theta_{Gj} = \frac{m_{mech.Gi}}{p} ; \quad i = 1, \dots n. \qquad (2.2.2)$$

Der Genauigkeitsverlust der Linearisierung hängt von dem gewählten Betriebspunkt und von der Größe des Momentensprungs m_{el} ab. Die Bilder 2.2.3 bis 2.2.5 zeigen verschiedene Beispiele in einem ausgedehnten Netz nach Bild 2.2.2.

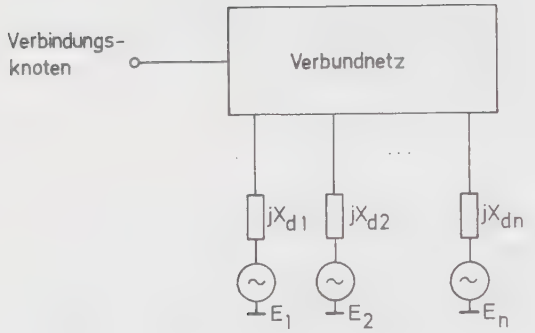


Bild 2.2.1:
Außennetz mit n Synchronmaschinen

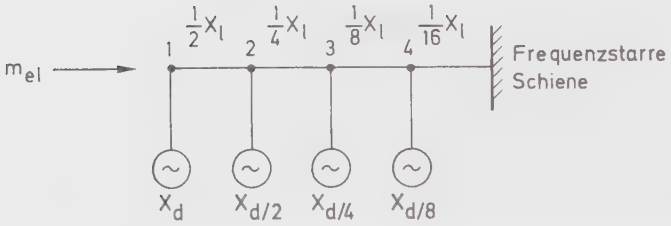


Bild 2.2.2:
Ein ausdehntes Netz zur Untersuchung des Genauigkeitsverlustes bei linearisierung S_n=1000 MVA, U_n=220 kV, X_l=80 Ω, X_d=2,5, m_{el}-ein Momentenstörung, T_a=10 s.

Die Frequenzabweichungen, die mit dem linearen Modell berechnet werden, sind immer kleiner als die exakt berechneten.

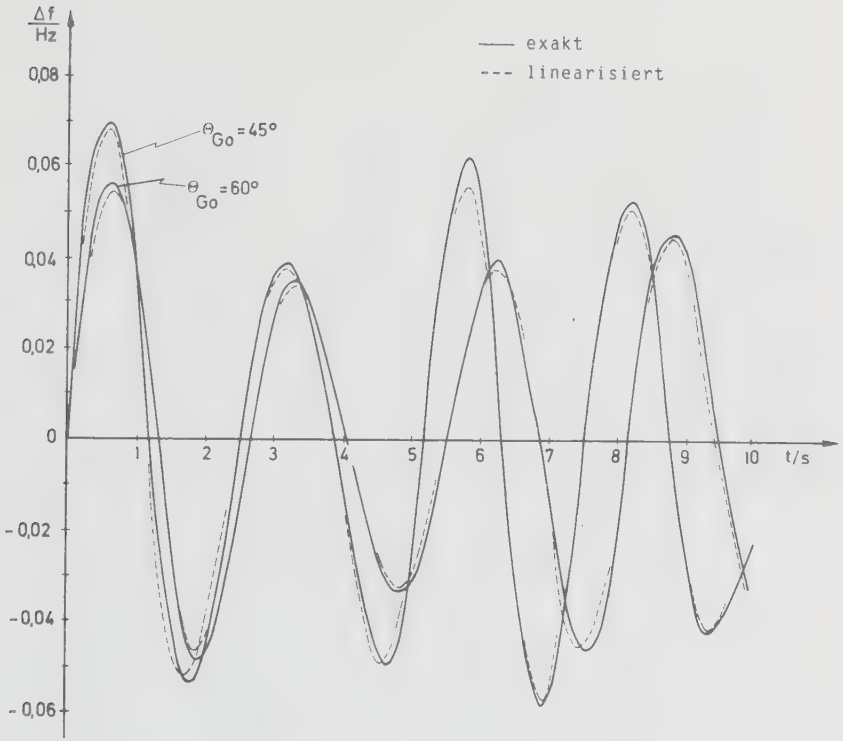


Bild 2.2.3: Frequenzänderung des Knotenpunkts 1 nach einem großen Momentensprung $m_{el}=0,1\ S_{nG}/\omega_n$ im Netz nach Bild 2.2.2.

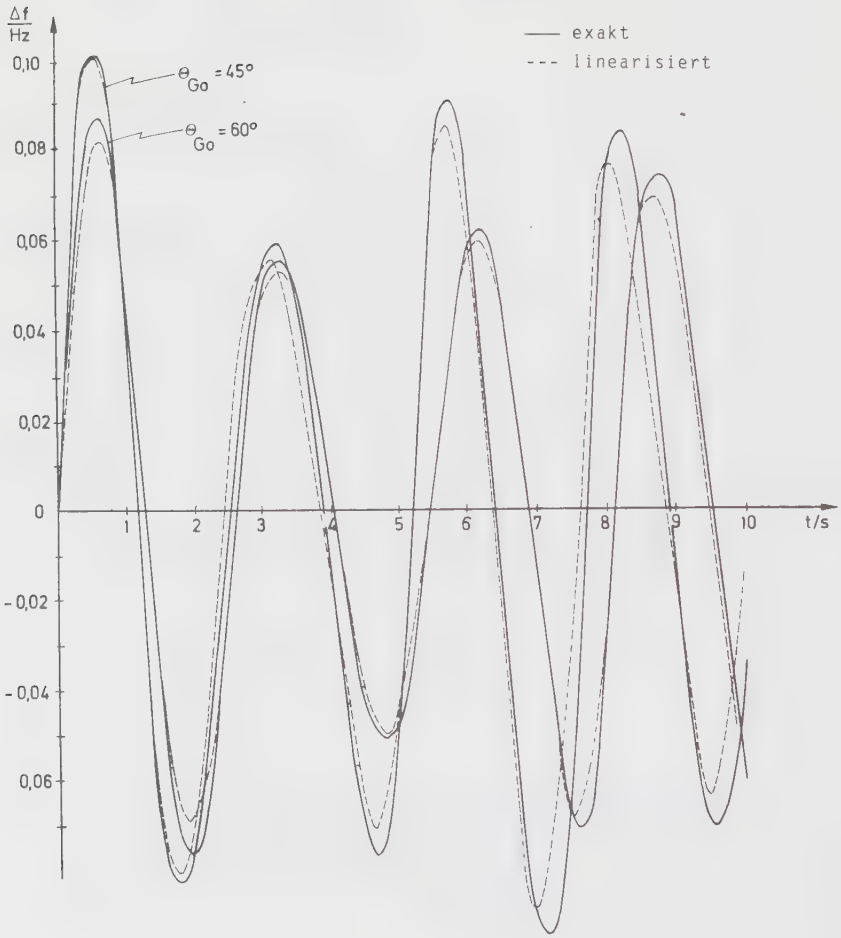


Bild 2.2.4: Frequenzänderung des Knotenpunktes 1 nach einem großen Momentensprung $m_{el}=0,15\ S_{nG}/\omega_n$ im Netz nach Bild 2.2.2.

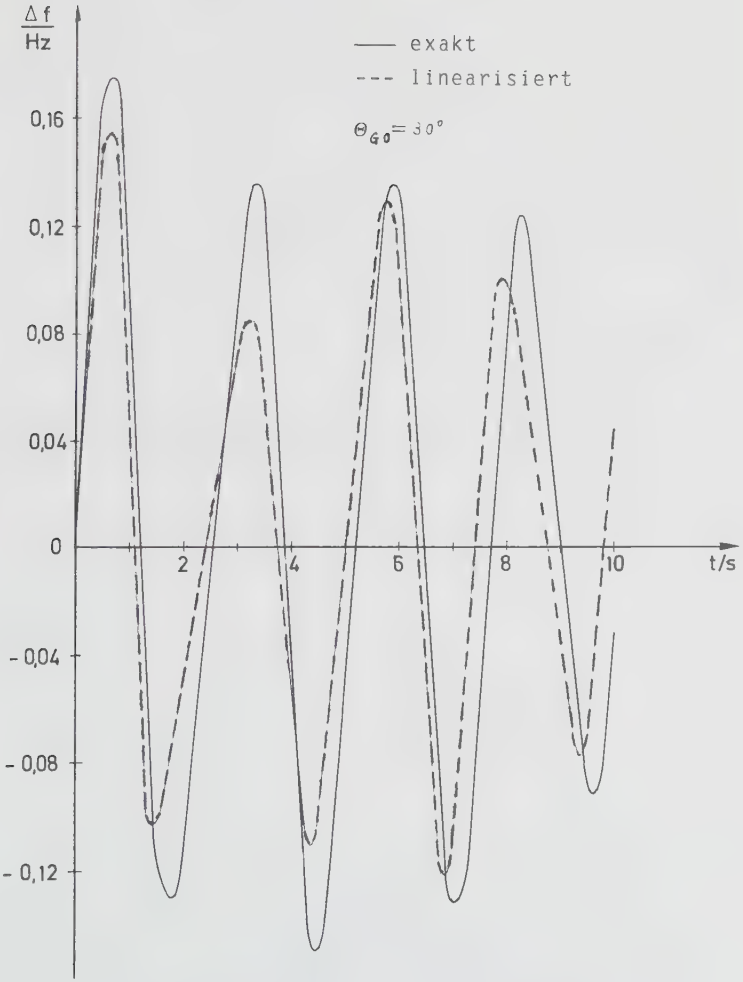


Bild 2.2.5: Frequenzänderung des Knotenpunkt 1 nach einem großen Momentensprung $m_{el}=0,2S_{nG}/\omega_n$ im Netz nach Bild 2.2.2.

Solange der Betriebspolradwinkel $\Theta_{G0} \leqq 60°$ und der Momentensprung $m_{el} \leqq 0{,}15\ S_{nG}/\omega_n$ bleiben, verursacht die Linearisierung nur einen kleinen, annehmbaren Fehler. Wenn der Generator mit modernem Spannungsregler ausgerüstet ist, wird der Verlauf der Wirkleistung P_w abhängig vom Polradwinkel Θ_G, dadurch stark erhöht, und die statische Stabilität wird erheblich verbessert, wie das unter verschiedenen Annahmen berechnete Bild 2.2.6 zeigt. Folgend wird der Genauigkeitsverlust der Linearisierung gemindert, nämlich der linearisierbare Bereich vergrößert.

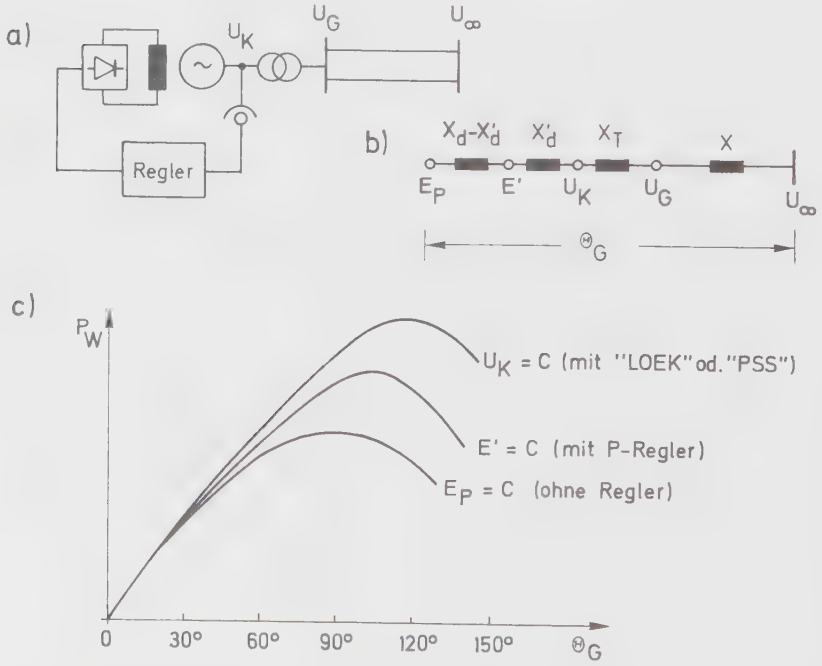


Bild 2.2.6: Bezierungskurven zwischen P_w und Θ_G
a) Schaltbild
b) Ersatzschaltbild
c) P_w-Θ_G-Kurven mit verschiedenen Spannungsreglern /80/
"LOEK"-Linearer optimaler Erregungskotroller
"PSS"-"Power System Stabilizer"

2.3 Elektrisches Analogon der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge

Die angenäherte Bewegungsgleichung eines verlustlosen Generators ist nach Linearisierung:

$$\frac{T_a}{\omega_n^2} S_{nG} \frac{d^2\theta_G}{dt^2} + \frac{E_G U_G}{\omega_n X_G} \cos\Theta_G \cdot \theta = \frac{m_{mech}}{p} \qquad (2.3.1)$$

Dabei ist E_G die Polradspannung, U_G die Klemmenspannung und X_G die Reaktanz des Generators. Diese Gleichung ist analog zu der folgenden Gleichung eines ungedämpften elektrischen Parallelschwingkreises mit der Kapazität C und der Induktivität 1/H:

$$C\frac{du}{dt} + H\int u\,dt = i \qquad (2.3.2)$$

Dividiert man die über eine kurze, verlustlose Leitung fliessende Wirkleistung durch die Kreisfrequenz ω, so erhält man das zu übertragende Moment. Mit Hilfe der Spannungen E_L und U_L am Leitungsanfang bzw. Leitungsende erhält man, nach Linearisierung für $\omega = \omega_n$,

$$\frac{E_L U_L}{\omega_n X_L} \cos\Theta_L \cdot \dot{\theta}_L = m_{el} \qquad (2.3.3)$$

die analog zur Gleichung eines induktiven Eintors ist.

$$\frac{1}{L}\int u\,dt = i \qquad (2.3.4)$$

Mit (2.3.2) und (2.3.4) gewinnt man die Analogiebeziehungen nach Tabelle (2.3.1) und das Ersatzschaltbild nach Bild (2.3.1).
Aus den Analogiebeziehungen $m \mathrel{\hat{=}} i$ und $\omega \mathrel{\hat{=}} u$ in Tabelle 2.3.1 folgt, daß die frequenzunabhängigen Verbraucher (z.B. Licht) durch einen negativen ohmschen Widerstand, frequenzproportionale Verbraucher (z.B. Werkzeugmaschinen) durch eine Stromsenke und frequenzüberproportionale Verbraucher (z.B. Ventilatoren) durch einen positiven ohmschen Widerstand darzustellen sind.

Die resultierende Frequenzfunktion $\Delta f(\Delta P)$ zusammengesetzter Verbrauchergruppen ist sehr verwickelt. Näherungsweise darf man annahmen, daß das gesamte Wirkleistungsverhalten von Verbrauchergruppen frequenzproportional ist /39.40/.

Tabelle 2.3.1: Analogie zwischen linearisierten elektromechanischen und elektrischen Größen

Elektromechanische Größen je Polpaar		Elektrische Größen	
Abweichungen des Momentes	m	Strom	i
Abweichungen der Kreisfrequenz vom Betriebspunkt	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	Spannung	u
Polares Massenträgheitsmoment 2. Grades	$\frac{T_a}{\omega_n^2 S_{nG}} = \frac{J}{p^2}$	Kapazität	C
Synchronisierendes Moment		Kehrwert der Induktivität	
eines Generators	$\frac{E_G U_G}{\omega_n X_G} \cos\Theta$		H
einer kurzen Leitung	$\frac{E_L U_L}{\omega_n X_L} \cos\Theta$		$\frac{1}{L}$
einer langen Leitung	$\frac{E_L U_L \cos\Theta}{\omega_n \Gamma_L \sin b_L}$		

Damit werden die Verbraucher im elektromechanischen Ersatzschaltbild durch eine Stromsenke gegebenenfalls mit induktivem Innenwiderstand nachgebildet, der hier bei der Betrachtung von Ausgleichsvorgängen unberücksichtigt bleibt. Der Primärregler in Bild 2.3.2 läßt sich im Proportionalbereich näherungsweise beschreiben durch

$$\frac{\Delta P_R}{P_n} = \frac{-1}{\delta(1+pT_R)} \frac{\Delta f}{f_n} \qquad (2.3.5)$$

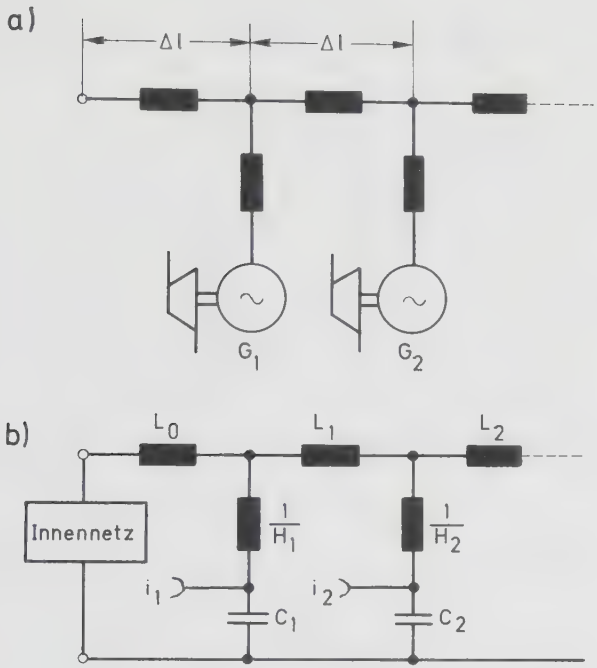


Bild 2.3.1: Kettenleitung
a) Schaltbild mit diskreten Elementen
b) Ersatzschaltbild nach Tabelle 2.3.1

Dabei sind ΔP_R die Leistungskorrektur am Turbinenventil, P_n die Nennwirkleistung der Turbine, δ die sogenannte Statik des Reglers, T_R die Zeitkonstante des Reglers einschließlich des Stellgleides und Stoffstromes am Turbinenventil, Δf die Frequenzabweichung und f_n die Nennfrequenz. Dividiert man ΔP durch $\omega \simeq \omega_n$, so erhält man die Momentenabweichung

$$-\Delta M_R = \frac{P_n}{\omega_n 2} \quad \frac{1}{\delta(1+pT_R)} \Delta\omega \qquad (2.3.6)$$

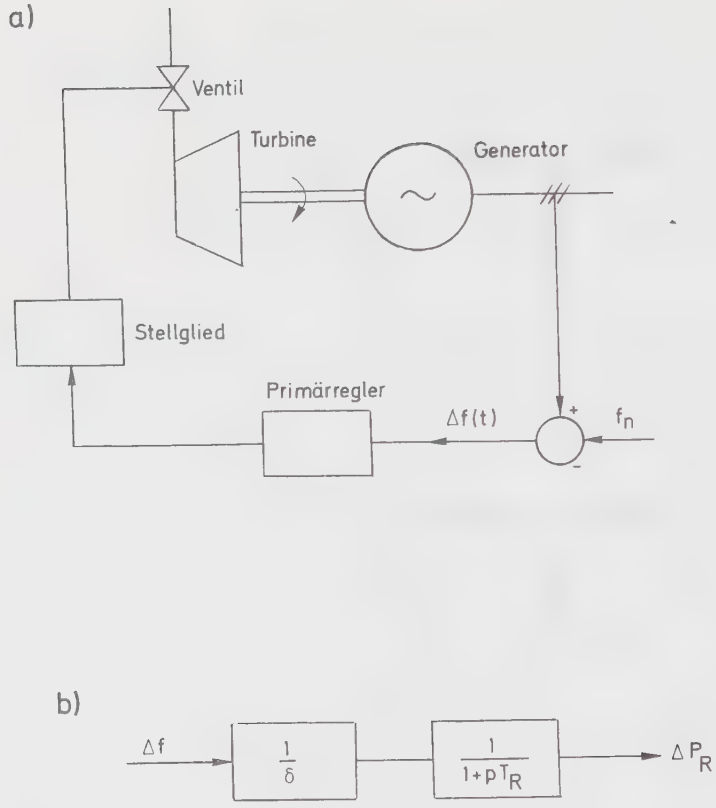


Bild 2.3.2: Primärregler der Turbinen.
a) Schaltbild
b) Blockbild

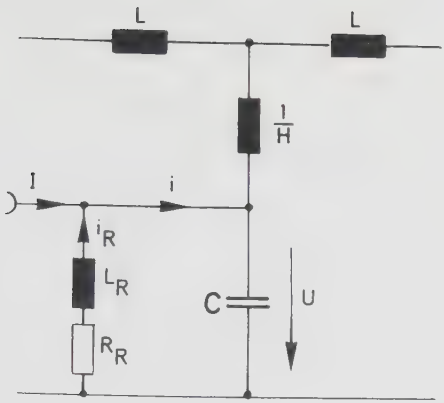


Bild 2.3.3: Elektrisches Analogon eines Kraftwerks mit Turbinenregler.

In der Schaltung Bild 2.3.3 ist die elektrische Analogie dazu

$$- i_R = \frac{1}{R_R + pL_R} \cdot u \qquad (2.3.7)$$

mit dem Widerstand

$$R_R = \frac{\omega_n^2}{P_n} \qquad (2.3.8)$$

und der Induktivität

$$L_R = \frac{\omega_n^2}{P_n} \cdot \delta \cdot T_R \qquad (2.3.9)$$

Wird im Netz zusätzliche Leistung verlangt, so beginnt in Bild 2.3.3 die Kapazität C sich zu entladen, worauf u und i_R sinken. Der neue stationäre Wert von u ist erreicht, wenn der Quellenstrom I zusammen mit dem Stellengrößenstrom i_R

den gestiegenen Bedarf des Netzes deckt. Im stationären Zustand ist offensichtlich

$$i_R = - \frac{u}{R_R} .$$

2.4 Umwandlung des Außennetzes in eine inhomogene Ersatzleitung

Zur Aufstellung brauchbarer dynamischer Äquivalente muß man die folgenden drei Probleme lösen:

1. zunächst ist ein zum Original passendes vereinfachtes Modell oder Ersatzbild zu bilden;
2. danach sind die Modellparameter aus den Originalgrößen abzuleiten und möglichst durch analytische Funktionen zu definieren;
3. schließlich ist eine Methode zur Verbindung zwischen den Außen- und Innennetzen anzugeben.

Um ein brauchbares dynamisches Äquivalent zur Berechnung der Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Netzen aufzustellen haben viele Autoren eine Reihe ausgezeichneter Beiträge /11-31/ veröffentlicht. Sie lassen sich nach ihren theoretischen Grundlagen wie folgenderweise einteilen:

1. Haupteigenwertverfahren /11-14/.
Man berechnet die Eigenwerte der linearisierten Gleichungen mit Zustandsgrößen in Vektor-Schreibweise

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X},$$

$$\mathbf{X} \in R^n, \quad \mathbf{A} \in R^{n \times n}, \quad \dot{\mathbf{X}} = \frac{d}{dt} \mathbf{X}.$$

Der Vektor $\mathbf{X}$ und die Matrix $\mathbf{A}$ können zerlegt werden in

$$\mathbf{X} = [\, \mathbf{X}_1 , \mathbf{X}_2 \,]^T , \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix} .$$

$\mathbf{X}_1 \in R^r$, $\mathbf{A}_1 \in R^{rxr}$, wobei r die Zahl der Haupteigenwerte ist. Ordnet man die normalisierten Eigenvektoren nach ihrer Größe, so erhält man

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix} \qquad \text{mit } \mathbf{M}_i \in R^{rxr}$$

Dann ist

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1^{-1}) \mathbf{X}_1 .$$

Die obige Gleichung stellt die reduzierte Zustandsgleichung dar, die das gesuchte Modell bildet.

2. Vereinfachtes Modell mitels Zustandsestimation /15-25/. Zur Identifikation eines passenden äquivalenten Modells und seiner Parameter dient die Zustandsestimation z.B. mittels der Methode der kleinsten Quadrate, der Kalman-Filter - oder die "likelihood"-Methode.
Yu /22-24/ benutzt die linearisierte Zustandsgleichung des beobachteten Netzes einschließlich des Innen- und Außennetzes

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{d}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{HX}$$

Darin:
- $\mathbf{X}$ Vektor der Abweichungen der Zustandsvariablen des beobachteten Netzes,
- $\mathbf{A}$ Zustandsmatrix,
- $\mathbf{d}$ Störung im Netz,
- $\mathbf{Y}$ Vektor der beobachtbaren Ausgangsgrößen
- $\mathbf{H}$ Ausgangsmatrix.

Um ein äquivalentes Modell des Außennetzes zu erhalten, dessen Parameter α identifiziert werden müssen, schreibt man

$$\dot{\tilde{X}}\ (\alpha) = \tilde{A}\ (\alpha)\ X\ (\alpha) + d$$

$$\tilde{Y}\ (\alpha) = \tilde{H}\ (\alpha)\ X\ (\alpha)\ .$$

Die Fehlerfunktion zwischen den Ausgangsgrößen im Original und im Modell wird minimiert:

$$J = \int_{t_o}^{t_\infty} \{ Y(t) - Y(t,) \}^T\ R \{ Y(t) - Y(t, \alpha) \}\, dt = \text{Min.}$$

Die Matrix R gewichtet die einzelnen Faktoren.

3. Vereifachtes Modell durch Gruppenbildung der Generatoren /26-31/.

Bei einer gegebenen Störung gibt es in einem Außennetz häufig solche Generatorgruppen, in denen die Generatoren gemeinsam schwingen. Für die Lagewinkel zweier Generatoren i und j in einer Gruppe ist dann

$$\Theta_i\ (t) - \Theta_j\ (t) = \text{Konstant.}$$

Für die Gruppenbildung hat man einige Kriterien /29-31/ aufgestellt. Das anschaulichste ist die "elektrische Entfernung der Generatorbeschleunigung". Dabei werden zwei Generatoren i und j als kohärente Gruppe angesehen, wenn

$$\frac{H_i}{T_{ai} \cdot S_{nGi}} = \frac{H_j}{T_{aj} \cdot S_{nGj}}$$

erfüllt wird. Darin ist $H = \frac{\partial P}{\omega_n \partial \Theta} = \frac{EU}{\omega_n x} \cos \Theta$, wie in der Tabelle 2.3.1 das zwischen der Polradspannung E und der Spannung eines Störungsortes U synchronisierende Moment, dem das Polrad entsprechend seiner Maschinenträgheit $S_n \cdot T_a/\omega_n^2$ folgt.

Bis jetzt ist die bei diesen Methoden benötigte Rechenzeit meist zu lang und das Verfahren uneinheitlich und entsprechend der zu lösenden Aufgabe kompliziert. Durch welches Modell die ($\triangle P, \triangle f$)-Vorgänge in ausgedehnten Netzen dargestellt werden sollen und durch welche Methode die Modellparameter bestimmt werden können, muß man sorgfältig überlegen; keinesfalls dürfen in ausgedehnten Netzen die Bewegungen zwischen den einzelnen Generatoren vernachlässigt werden.

Ein regelmäßig aufgebautes Außennetz kann man durch Linearisierung der Bewegungs-Differentialgleichungen im Betriebspunkt und Substitution durch die elektrischen Analoga der Tabelle 2.3.1 unmittelbar in einen Ersatzkettenleiter umwandeln, wenn es eine strahlenförmige Struktur besitzt. Bei Maschennetzen werden die im Abschnitt 5 beschriebenen Zwischenschritte erforderlich.

Ein besonders einfaches Äquivalent erhält man, wenn die Elemente L_n, C_n und H_n des Ersatzkettenleiters nach Bild 2.3.1 auf gleichmäßige Leitungslängen l_n verteilt werden. So erhält man eine homogene oder inhomogene Ersatzleitung, an der man die ($\triangle P, \triangle f$)-Vorgänge im Außennetz untersuchen kann.

2.5 Homogene Leitung

Ein kettenförmiges Außennetz mit vielen Generatoren gleicher Leistung und vieler Leitungen gleicher Reaktanz kann man durch die elektrischen Analoga der Tabelle 2.3.1 in eine einfache Kettenleitung in Bild 2.3.1b umwandeln. Wenn man die Elemente L, C, H auf die Leitungslänge verteilt, erhält man eine äquivalente homogene Leitung, worin die Beläge $L'_0 = \frac{L}{\triangle l}$, $H'_0 = \frac{H}{\triangle l}$ und $C'_0 = \frac{C}{\triangle l}$ auf der ganzen Leitung konstant sind.

(ΔP- Δf)-Vorgänge in einem solchen Außennetz lassen sich ohne große Mühe analysieren. Die Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$-\frac{\partial u(x,p)}{\partial x} = z'(x,p)i(x,p)$$

$$-\frac{\partial i(x,p)}{\partial x} = y'(x,p)u(x,p) \qquad (2.5.1)$$

also

$$\frac{\partial^2 u(x,p)}{\partial x^2} - z'(x,p)y'(x,p)u(c,p) = 0 \qquad (2.5.2)$$

$$\frac{\partial^2 i(x,p)}{\partial x^2} - z'(x,p)y'(x,p)i(x,p) = 0$$

sind bekannt. Darin sind

$$z'(x,p) = z'(0,p) = pL'_0$$

$$y'(x,p) = y'(0,p) = \frac{pC'_0}{1+p^2C'_0/H'_0} \qquad (2.5.3)$$

und p die Laplace-Variable

Zwischen den Spannungen und Strömen am Leitungsanfang x = 0 und Leitungsende x = l bestehen die Beziehungen

$$\begin{bmatrix} u(0,p) \\ \Gamma_H i(0,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma l & \sinh\gamma l \\ \sinh\gamma l & \cosh\gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(l,p) \\ \Gamma_H i(l,p) \end{bmatrix} \qquad (2.5.4)$$

Die Größen am beliebigen Beobachtungsort erhält man aus

$$\begin{bmatrix} u(x,p) \\ \Gamma_H i(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma\ell & -\sinh\gamma\ell \\ -\sinh\gamma\ell & \cosh\gamma\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0,p) \\ \Gamma_H i(0,p) \end{bmatrix} \qquad (2.5.5)$$

Darin sind:

- der Ausbreitungskoeffizient

$$\gamma = \sqrt{z'(x,p)\,y'(x,p)} = \sqrt{z'(0,p)\,y'(0,p)} = \sqrt{\frac{L'_o\,H'_o}{1+\omega_e^2/p^2}} \qquad (2.5.6)$$

- der Wellenwiderstand

$$\Gamma_H = \sqrt{\frac{z'(x,p)}{y'(x,p)}} = \sqrt{\frac{z'(0,p)}{y'(0,p)}} = \sqrt{\frac{L'_o}{C'_o}} \cdot \frac{1}{\omega_e}\sqrt{p^2+\omega_e^2} \qquad (2.5.7)$$

- die Eigenfrequenz der Generatoren

$$\omega_e = \sqrt{\frac{H'_o}{C'_o}} \qquad (2.5.8)$$

Zweckmäßig ist es, zwischen zwei Sonderfällen u(l,p) = 0 und i(l,p) = 0 zu unterscheiden.

Wenn ein Momentenstrop $i(0,p) = \frac{I}{p}$ einer homogenen Leitung mit frequenzstarrem Rand, u(l,p) = 0, eingeprägt wird, erhält man nach (2.5.4), (2.5.6) und (2.5.7)

$$u(0,p) = I\sqrt{\frac{L'_o}{C'_o}} \cdot \frac{1}{\omega_e}\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\,\tanh\gamma\ell \qquad (2.5.9)$$

Für die entsprechende Frequenzänderung am Ort x = 0 gilt

$$\Delta f_H^*(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_o}{C'_o}} \cdot \frac{1}{\omega_e}\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\,\tanh\frac{k_H N}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}} \qquad (2.5.10)$$

Hierin sind ein dimensionsloser Koeffizient

$$k_H = \sqrt{H'_0 L'_0}\ \Delta\ell = \sqrt{H \cdot L} \qquad (2.5.11)$$

und die bezogene Netzausdehnung $N = \frac{l}{\Delta l}$.
Setzt man für die Leistung $E_L = U_L$ und $\cos \Theta_L = 1$, so wird

$$k_H = \sqrt{\frac{\partial P_G}{\partial \Theta_G} \Big/ \frac{\partial P_L}{\partial \Theta_L}} = \sqrt{\frac{E}{U} \cdot \frac{X_L}{X_d} \cos \Theta_G}$$

Dies ist die Wurzel des Verhältnisses der synchronisierenden Leistungen des Generators und der Leitung. Im allgemeinen sind $E_G/U_L \simeq 2$, $X_L/X_d \simeq 0{,}04 \ldots\ 0{,}55$, $\Theta_G \simeq 45°$. Damit wird

$$k_H \simeq \sqrt{2\ (0{,}04 \ldots 0{,}55)/\sqrt{2}} = 0{,}24 \ldots 0{,}89.$$

Die Rücktransformation der Gl. (2.5.10) enthält einen Rechteecksprung der Leitungswinkel Θ'_L also einen Dirac-Impuls der Frequenz. Zieht man $\lim_{p \to \infty} \Delta f^*_H(0,p)$ von (2.5.10) ab, dann wird

$$\Delta f_H(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \cdot \frac{1}{\omega_e} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\omega_e^2}{p^2}} \tanh\left(\frac{k_H N}{\sqrt{1 + \omega_e^2/p^2}} \right) - \tanh(k_H N) \right\} \qquad (2.5.12)$$

Durch numerische Laplace-Rücktransformation gewinnt man im Zeitbereich

$$\Delta f_H(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\ F_H(0,t) \qquad (2.5.13)$$

Einige Verläufe der bezogenen, dimensionslosen Frequenzabweichung $F_H(0,t)$ mit unterschiedlichen Parametern k_H und N sind in Bild 2.5.1 dargestellt.

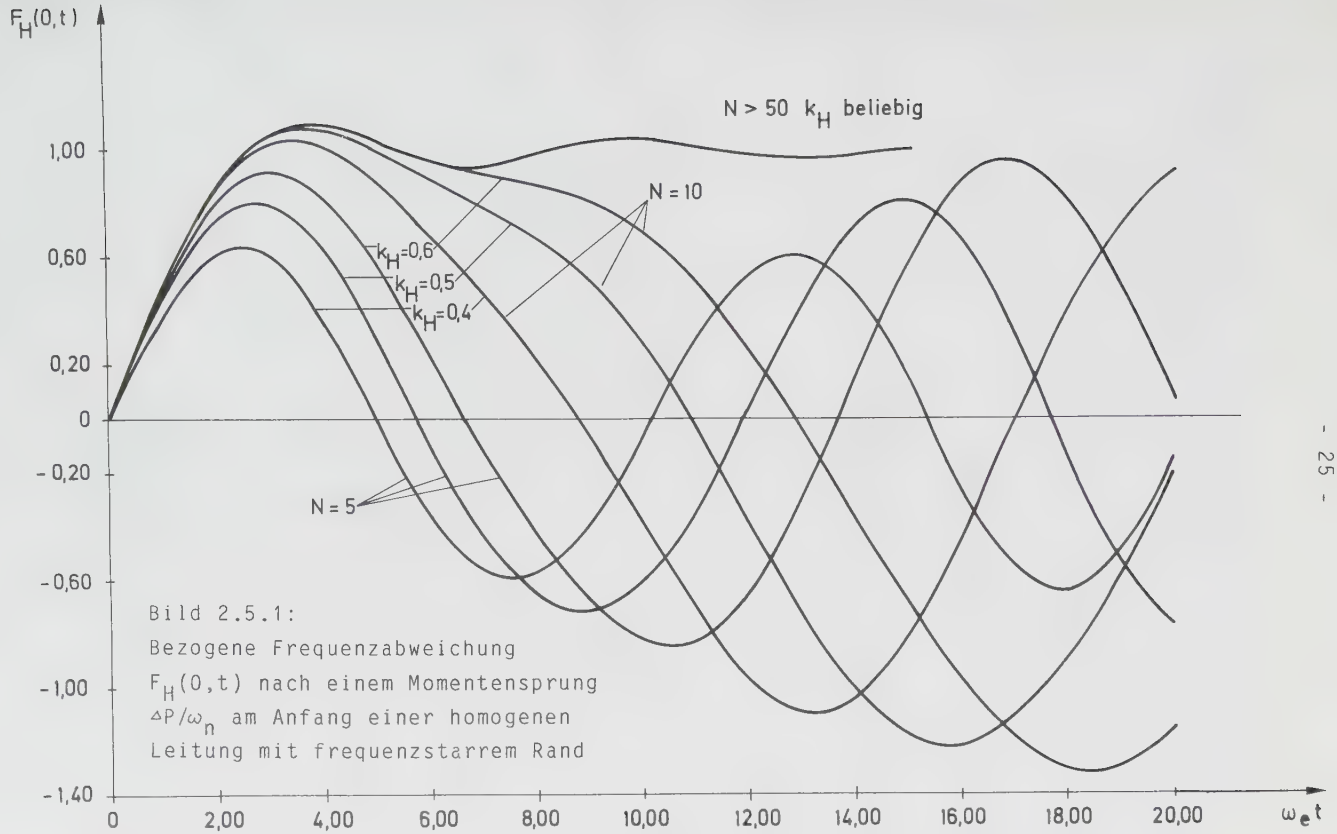


Bild 2.5.1:
Bezogene Frequenzabweichung
$F_H(0,t)$ nach einem Momentensprung
$\Delta P/\omega_n$ am Anfang einer homogenen
Leitung mit frequenzstarrem Rand

Das erste Maximum der Frequenzänderung in Bild 2.5.1 wird durch k_H verkleinert, da größere Werte von k_H eine schwächere elektrische Verbindung zwischen den Knotenpunkten bedeuten.

Die Frequenzänderung bei beliebigen Beobachtungsorten leitet man aus (2.5.5) und (2.5.9) ab

$$U(x,p) = U(0,p)\,\frac{\sinh[\gamma(l-x)]}{\sinh \gamma l} \qquad (2.5.14)$$

$$\Delta f_H^*(x,p) = \Delta f_H^*(0,p)\,\frac{\sinh \frac{k_H(N-n)}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}}}{\sinh \frac{k_H N}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}}} \qquad (2.5.15)$$

Darin ist $n = x/\Delta l$.

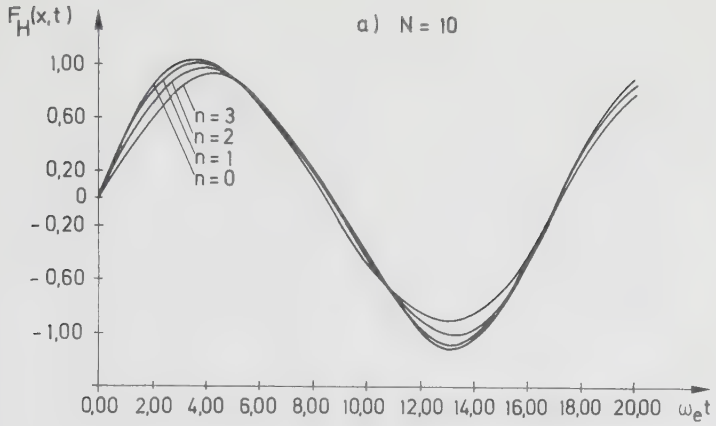
Einige Verläufe der bezogenen Frequenzabweichung an beliebigen Beobachtungsorten $F_H(c,t)$ sind in Abb. (2.5.2) zusammen. Daraus kann man erkennen, daß die Frequenzabweichungsmaxima bei homogener Leitung mit frequenzstarrem Rand sich zeitlich verschieben, und je kleiner N ist, desto schneller senken sich die Abweichungsmaxima von Beobachtungsort $n = \frac{x}{\Delta l}$ bis n + 1. Ohne Primärregler schwingt die Frequenzabweichung $F_H(x,t)$ bei einem bestimmten n mit gleicher Amplitude.

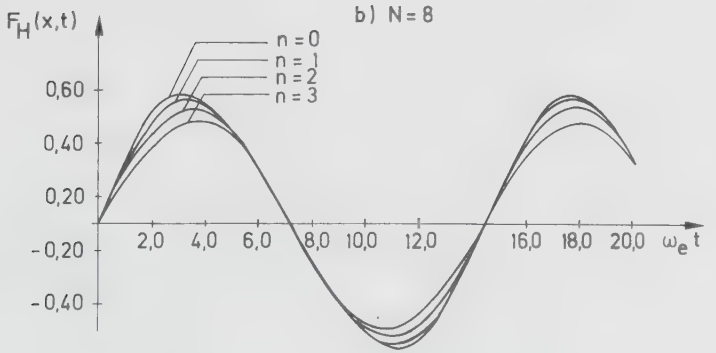
Für eine homogene Leitung mit leistungslosem Netzrand, nämlich im Fall $i(l,p) = 0$ folgt aus (2.5.4) und (2.5.5)

$$\Delta f_H(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{\ell_0}{c_0}}\;\frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\coth\frac{k_H N}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}} - \coth(k_H N)\right\} \qquad (2.5.16)$$

und

$$\Delta f_H^*(x,p) = \Delta f_H^*(0,p)\,\frac{\cosh \frac{k_H(N-n)}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}}}{\cosh \frac{k_H N}{\sqrt{1+\omega_e^2/p^2}}} \qquad (2.5.17)$$


$F_H(x,t)$
a) N = 10
1,00
0,60
0,20
0
- 0,20
- 0,60
- 1,00
n = 3
n = 2
n = 1
n = 0
0,00 2,00 4,00 6,00 8,00 10,00 12,00 14,00 16,00 18,00 20,00 $\omega_e t$


$F_H(x,t)$
b) N = 8
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
0,60
0,40
0,20
- 0,20
- 0,40
2,0 4,0 6,0 8,0 10,0 12,0 16,0 18,0 20,0 $\omega_e t$

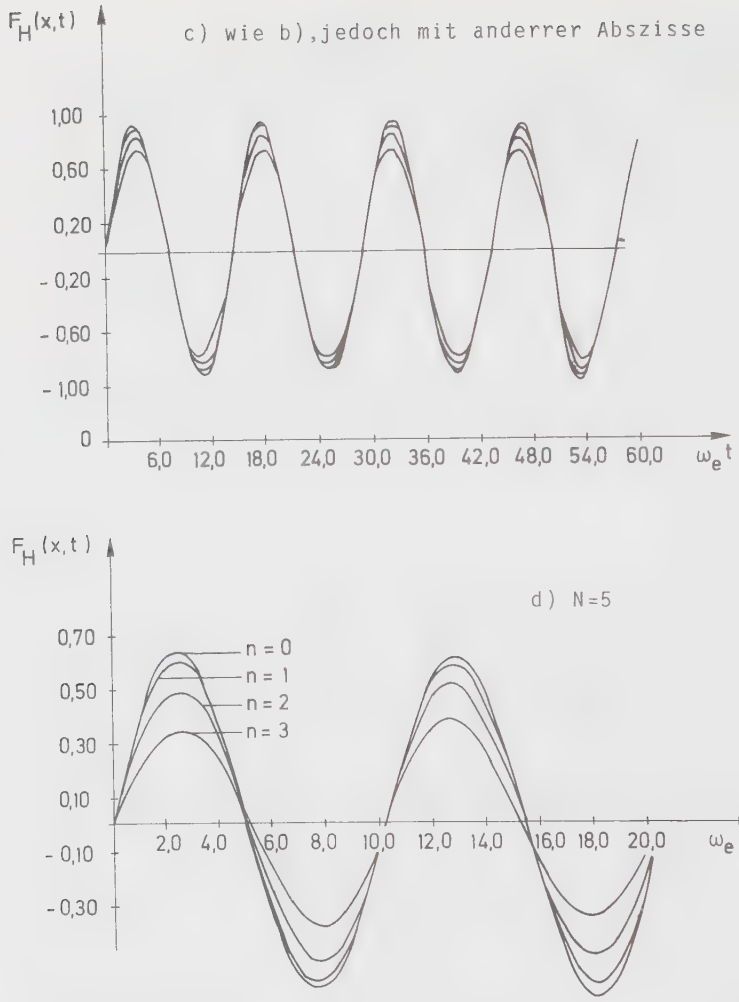
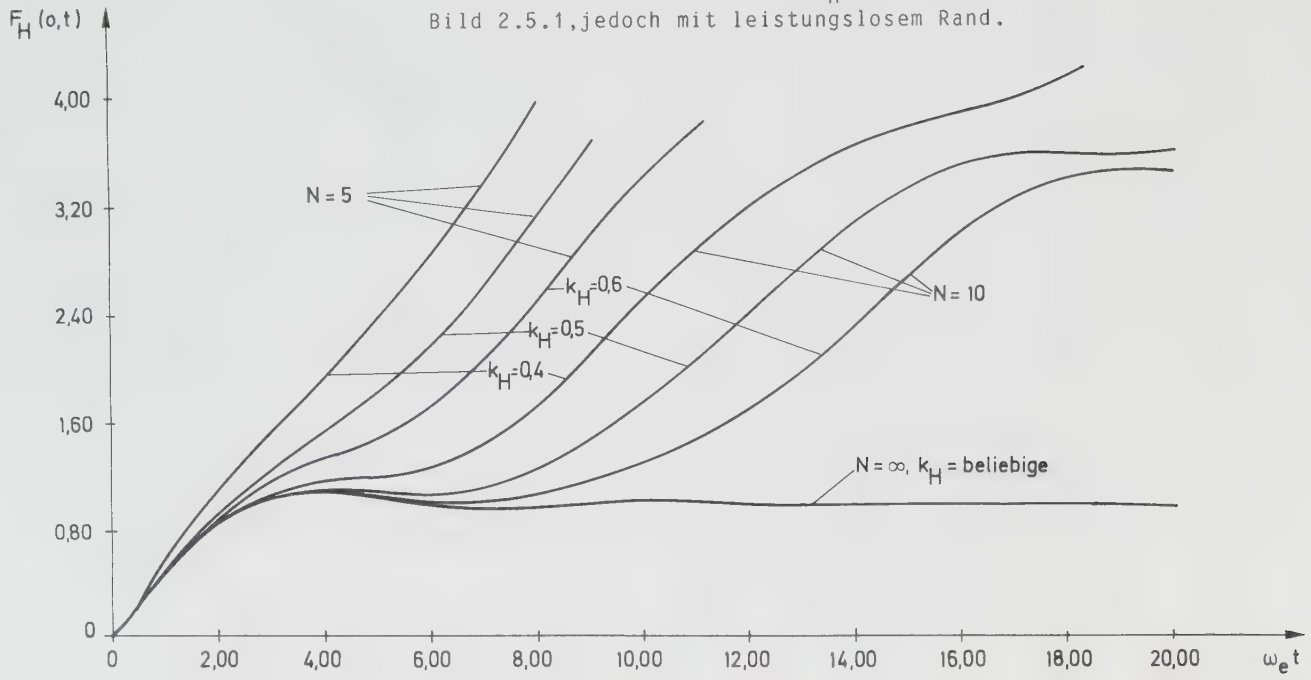


Bild 2.5.2:
Bezogene Frequenzabweichung $F_H(x,t)$ an verschiedenen Beobachtungsorten $x=n\triangle l$ nach einem Momentensprung $\triangle P/\omega_n$ im Anfang einer homogenen Leitung mit $k_H=0,4$ und frequenzstarrem Rand.

Bild 2.5.3:
Bezogene Frequenzabweichung $F_H(0,t)$ wie in Bild 2.5.1, jedoch mit leistungslosem Rand.



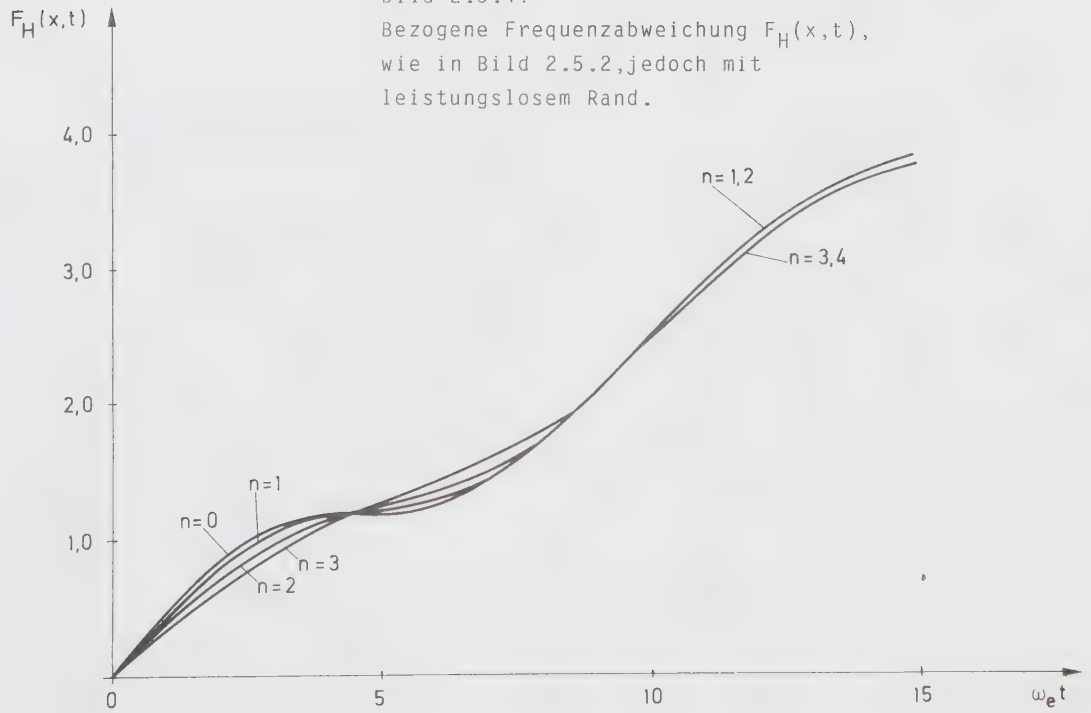


Bild 2.5.4:
Bezogene Frequenzabweichung $F_H(x,t)$,
wie in Bild 2.5.2, jedoch mit
leistungslosem Rand.

In den Bildern 2.5.3 und 2.5.4 werden als Beispiele einige Verläufe der nach (2.5.16) und (2.5.17) berechneten, bezogenen Frequenzänderung dargestellt.

Da der Netzrand leistungslos ist, steigt die bezogene Frequenzabweichung der endlichen homogenen Leitung im weiteren Verlauf um so rascher an, je kleiner N ist. Wenn die Wirkung der Primärregler berücksichtigt wird, wie im Abschnitt 3.5 für inhomogene Leitungen, wird die Frequenzabweichung im weiteren Verlauf auf einen stabilen Wert $\Delta f_H(0,\infty)$ zulaufen.

Die Gleichungen (2.5.12) und (2.5.16) lassen erkennen, daß die Frequenzänderung der homogenen Leitung nur von einem Maßstabsfaktor $\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}$ und 3 Parametern, ω_e, k_H und N abhängen.

Bei unendlicher homogener Leitung werden (2.5.12) und (2.5.17) gleich:

$$\Delta f_H(0,p) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}-1\right\} \qquad (2.5.18)$$

Die Lösung im Zeitbereich ist hierzu

$$\Delta f_H(0,t) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\left\{\int_0^{\omega_e t} J_0(\omega_e t)\,d\omega_e t - J_1(\omega_e t)\right\} \qquad (2.5.19)$$

Dabei sind J_0 und J_1 die Besselfunktionen erster Art und nullter bzw. erster Ordnung.
Aus (2.5.19) zieht man den folgenden Schluß: Die Frequenzänderung bei einem Momentensprung am Anfang einer äquivalenten, unendlichen homogenen Leitung hängt außer vom Maßstab $\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}$ nur vom Argument $\omega_e t$ der Besselfunktion ab. Aus (2.5.19) leitet man die Anfangssteigung der Frequenzänderung ab:

$$\frac{d}{dt}\Delta f_H(0,t)\Big|_{t=0} = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{\omega_e}{2} \qquad (2.5.20)$$

und das erste Maximum im Zeitpunkt $\omega_e t \simeq 4$

$$\Delta f_{H.max}(0,t_m) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot 1{,}09 \qquad (2.5.21)$$

Bei unendlicher homogener Leitung gilt nach (2.5.15) und (2.5.17)

$$\Delta f_H(x,t) = \Delta f_H(0,t) \qquad (2.5.22)$$

Die Frequenzänderung erfaßt die gesamte unendliche homogene Leitung gleichzeitig.

2.6 Exponentialleitung und Besselleitung

Das (ΔP,Δf)-Verhalten ausgedehnter Verbundnetze läßt sich mit dem Modell inhomogener endlicher oder unendlicher Leitungen realistischer als mit dem Modell endlicher oder unendlicher homogener Leitungen beschreiben, das nicht nur die Länge, sondern auch die flächenhafte Ausdehnung der Netze erfaßt. Zur Untersuchung der Modelle mit inhomogenen Kettenleitern sind die Exponentialleitung vor allem für Strahlennetze und die Besselleitung vor allem für Maschennetze geeignet.

K.W. Wagner schuf bereits eine vollständige Theorie über verschiedene Formen der inhomogenen Leitungen, in der die sogenannte Exponentialleitung und Besselleitung eingeschlossen war. Sie wurde durch andere Autoren für viele Anwendungszwecke weiterentwickelt /41-47/ und fand Eingang z.B. in die Hochfrequenztechnik, in die Mikrowellentechnik u.a.m. /48-57/. Ein erster Ansatz zur Berechnung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge mit dem Modell inhomogener Leitungen ist in /35/ zu finden.

Mit den Bezeichnungen der Tabelle 2.3.1 erhält man für die Schaltung in Bild 2.3.1a das elektrische Ersatzschaltbild 2.3.1b. Zunächst wird angenommen, daß das vom Störungsort 0

aus betrachtete regelmäßige Verbundnetz unvermascht sei. Unmittelbar am Störungsort O ist kein Kraftwerk angeschlossen, weil einerseits die Störung gerade von einer Ausschaltung eines Kraftwerkes ausgehen kann und andererseits das gesuchte dynamische Modell nur das Außennetz umfassen soll. Nach Bild 2.6.1 führen vom Störungsort q_0 gleiche Leitungen der Länge Δl zu q_0 Kraftwerksknoten. Dort sind jeweils q weiterführende Leitungen derselben Länge $\Delta \ell$ angeschlossen. Mit zunehmender Entfernung vom Ort O werden immer mehr weiterführende Leitungen und einspeisende Generatoren am Ausgleichsvorgang beteiligt. Daher nehmen in Bild 2.3.1 die Größen L_n und H_n mit wachsendem N = 1,2,3...N ab, C_n dagegen zu. Nimmt man im einfachsten Fall an, daß die Größen C_n, L_n und H_n verteilt und exponentiell ortsabhängig sind, so wird mit der Laplace-Variablen p der Längsimpedanzbelag

$$z'(x,p) = z'(o,p)e^{-\mu x} \qquad (2.6.1)$$

bzw. der Queradmittanzbelag

$$y'(x,p) = y'(o,p)e^{+\mu x} \qquad (2.6.2)$$

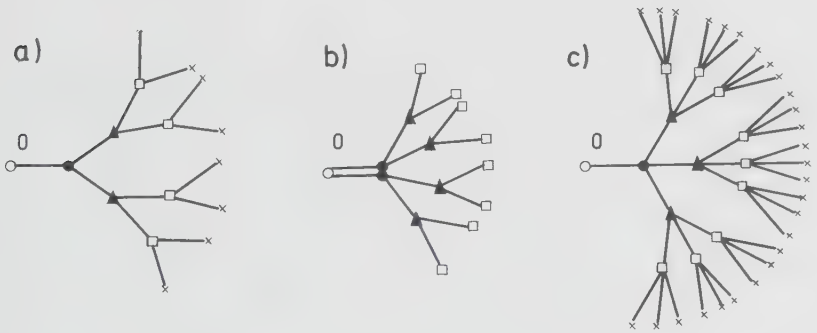


Bild 2.6.1: Beispiele für regelmäßige Strahlennetze mit nach geometrischer Reihe wachsender Anzahl an Betriebsmitteln. In allen Knoten außer *o* sind gleiche Kraftwerke angeschlossen, die hier mit • für n = 1, ▲ für n = 2, ◻ für n = 3 und x für n = 4 gekennzeichnet werden.

Die Ersatzschaltung mit den Belägen z' (x,p) und y' (x,p) nach (2.6.1) und (2.6.2) wird "Exponentialleitungsmodell" genannt, oder kurz "Exponentialleitung". Setzt man z' und y' in die partiellen Differentialgleichungen (2.5.1) ein, die auch für inhomogene Leitung gilt, so folgt

$$\frac{\partial^2 u(x,p)}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial u(x,p)}{\partial x} - z'(x,p)\, y'(x,p)\, u(x,p) = 0$$

$$\frac{\partial^2 i(x,p)}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial i(x,p)}{\partial x} - z'(x,p)\, y'(x,p)\, i(x,p) = 0 \qquad (2.6.3)$$

Wenn dagegen die Glieder L_1, $L_2 \ldots L_n$ in Bild 2.3.1 sowie C_n und H_n, nach einer arithmetischen Reihe ändern läßt sich der Längsimpedanzbelag durch

$$z'(x,p) = \frac{z'(o,p)}{1+\lambda x} \qquad (2.6.4)$$

bzw. der Queradmittanzbelag durch

$$y'(x,p) = y'(o,p)\cdot(1+\lambda x) \qquad (2.6.5)$$

beschreiben, wie dies im Abschnitt 4.1 ausgeführt wird. Daraus läßt sich das "Besselleitungsmodell" oder kurz "Besselleitung" mit den partiellen Differentialgleichungen

$$\frac{\partial^2 u(x,p)}{\partial x^2} + \frac{\lambda}{1+\lambda x} \cdot \frac{\partial u(x,p)}{\partial x} - z'(x,p)\, y'(x,p)\, u(x,p) = 0$$

$$\frac{\partial^2 i(x,p)}{\partial x^2} - \frac{\lambda}{1+\lambda x} \cdot \frac{\partial i(x,p)}{\partial x} - z'(x,p)\, y'(x,p)\, i(x,p) = 0 \qquad (2.6.6)$$

bestimmen.

Die Eingangsimpedanz eines solchen Exponential- oder Besselleiters ist definiert durch

$$z(o,p) = \frac{U(o,p)}{I(o,p)} \,. \qquad (2.6.7)$$

Wird beispielsweise infolge einer plötzlichen Kraftwerkabschaltung ein Momentenstoß $i = \frac{I}{p}$ auf die Leitung gegeben, so ist

$$u(o,p) = \frac{I}{p} \cdot z(o,p). \tag{2.6.8}$$

Durch Laplace-Rücktransformation, etwa nach der Dubener-Abate-Methode /78/:

$$u(x,t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; u(x,p) \tag{2.6.9}$$

erhält man den Frequenzverlauf an jedem Ort

$$\Delta f(x,t) = \frac{1}{2\pi} \Delta\omega(x,t) \triangleq \frac{1}{2\pi} u(x,t). \tag{2.6.10}$$

3. Berechnung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge mit dem Exponentialleitungsmodell

3.1 Ersatz eines ausgedehnten Strahlennetzes durch eine äquivalente Exponentialleitung

Ein regelmäßiges Strahlennetz, in dem die Leitungen und Kraftwerke nach einer geometrischen Reihe wachsen, wie in Bild 2.6.1a und c gezeigt ist, kann durch die Verteilung der konzentrierten Betriebsmittel auf die Längeneinheit und mit dem Beziehungen $q^n = e^{n \ln q}$ und $x = n\Delta l$ unmittelbar in das Modell einer äquivalenten Exponentialleitung transformiert werden. In Bild 3.1.1 werden als Beispiel die diskreten Elemente $Z_n/\Delta l$ und $Y_n/\Delta l$ des Strahlennetzes nach Bild 2.6.1a in die Elemente $Z'(x)$ und $Y'(x)$ der äquivalenten Exponentialleitung

$$Z'(x,p) = Z'(0,p)\, e^{-\mu x}$$

$$Y'(x,p) = Y'(0,p)\, e^{+\mu x} \qquad (3.1.1)$$

umgewandelt.

Für $q_0 \neq 1$, wie z.B. im Falle des Bildes 2.6.1b, trägt man in ähnlicher Weise die Werte $Z_n/\Delta l$ und $Y_n/\Delta l$ in Diagramme nach Bild 3.1.1 ein und approximiert sie durch die Funktionen (3.1.1) etwa nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate, um μ, z'_0 und y'_0 zu erhalten.
Setzt man entsprechend Bild 2.6.1a voraus, daß von jedem Kraftwerkknoten q=2 Leitungen zu je einem weiteren Kraftwerk führen, und daß alle Leitungen dieselbe Länge Δl besitzen, dann gilt für alle Längsinduktivitäten L_n des Bildes 2.6.1a $L_{n+1} = \frac{1}{2} L_n$. In Bild 3.1.1a ist die Größe $Z_n/\Delta l$ gestuft über $n = x/\Delta l$ aufgetragen und durch eine Exponentialkurve $z'(x) = z'_0\, e^{-n \ln 2}$ ausgeglichen. In diesem Fall erhält man für (3.1.1a) den Exponentialfaktor $\mu = \frac{\ln 2}{\Delta l}$. In Bild 3.1.1b wird die entsprechende Berechnung für die Kapazitäten $C_{n+1} = 2C_n$ der Querzweige durchgeführt. Den gleichen Verlauf nimmt das synchronisierende Moment $H_{n+1} = 2H_n$. Führen von jedem Kraftwerkknoten nach Bild 3.1.1 nicht 2 sondern q

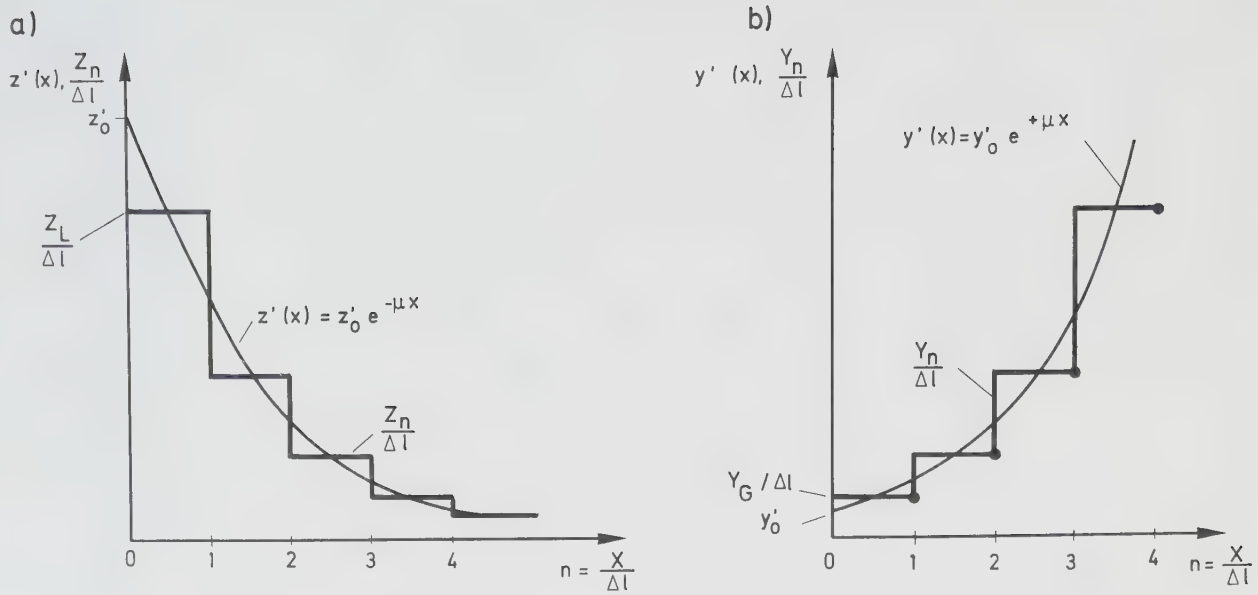


Bild 3.1.1: Beispiel für die Transformation eines regelmäßigen Strahlennetzes in ein äquivalentes Exponentialleitungsmodell. Dem Beispiel liegt die Schaltung nach Bild 2.6.1 zugründe.

Leitungen weiter, so erhält man für unbegrenzte Strahlennetze mit $q_o = 1$:

$$\mu = \frac{\ln q}{\Delta l} \qquad (3.1.2)$$

$$Z_o' = \zeta_{S.E} \frac{Z_L}{\Delta l}$$

$$Y_o' = \eta_{S.E} \frac{Y_G}{\Delta l} \qquad (3.1.3)$$

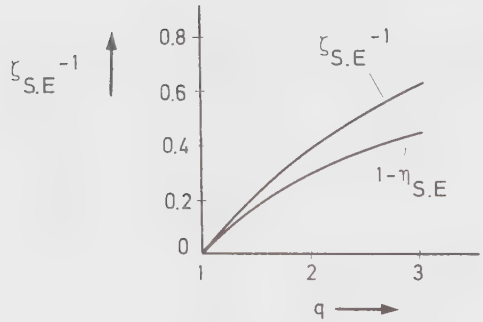


Bild 3.1.2: Funktion $\zeta_{S.E}^{-1}$ und $1-\eta_{S.E}$ nach (3.1.4) für Strahlennetze mit unterschiedlichen Verzweigungszahlen q.

Dabei erhält man die Beiwerte der Exponentialleitung (E) für regelmäßige Strahlennetze (S)

$$\zeta_{S.E} = \frac{q \ln q}{q-1}$$

$$\eta_{S.E} = \frac{\ln q}{q-1} \qquad (3.1.4)$$

(3.1.2)--(3.1.4) gelten nicht nur für begrenzte, sondern auch für unbegrenzte Strahlennetze. Einen Beweis dafür kann man liefern wie folgt:

die Fläche unter der Exponentialkurve $Z'_0\, e^{-\mu x}$ in Bild 3.1.1a ist

$$S_1 = \int_0^n Z'_0\, e^{-\mu x} d\frac{x}{\Delta l} = \int_0^n Z'_0\, e^{-\ln q \frac{x}{\Delta l}} \cdot d\frac{x}{\Delta l} = \frac{Z'_0}{\ln q}\ (1-q^{-n}),$$

während die Fläche unter dem gestuften $Zn/\Delta l$ ist

$$S_2 = \frac{Z_L}{\Delta l}(1+q^{-1}+q^{-2}+\ldots+q^{1-n}) = \frac{Z_L}{\Delta l} \cdot \frac{1-q^{-n}}{1-q^{-1}}\ .$$

Aus $S_1 = S_2$ findet man die Darstellung für $\zeta_{S.E}$ in (3.1.4). Die Beziehung für $\eta_{S.E}$ kann man analog ableiten. Die bei kleinen Werten ähnlich verlaufenden Funktionen $\zeta_{S.E}{}^{-1}$ und $1-\eta_{S.E}$ sind in Bild 3.1.2 über q aufgetragen.

3.2 Endliche Exponentialleitung

Die allgemeinen Lösungen von (2.6.4) sind

$$\begin{bmatrix} u(x,p) \\ i(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A e^{-\alpha x} & B e^{-\alpha x} \\ -\frac{A e^{-\alpha x}}{\Gamma_r(x,p)} & \frac{B e^{-\alpha x}}{\Gamma_h(x,p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\beta_E x} \\ e^{-\beta_E x} \end{bmatrix} \qquad (3.2.1)$$

mit Dämpfungskonstante $\alpha = \mu/2$ (3.2.2)

Exponentialfaktor $\beta_E = \sqrt{\frac{\mu^2}{4} + Z'(x,p)Y'(x,p)}$ (3.2.3)

$\Gamma_h(x,p)$ und $\Gamma_r(x,p)$ sind der Hauptwellenwiderstand bzw. der Reflexionswellenwiderstand am Ort x. Aus (2.5.1), (2.6.3) und (3.2.1) erhält man

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(x,p) \\ \Gamma_r(x,p) \end{bmatrix} = Z'(x,p) \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha+\beta_E} \\ \frac{1}{\beta_E-\alpha} \end{bmatrix} \qquad (3.2.4)$$

oder

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(x,p) \\ \Gamma_r(x,p) \end{bmatrix} = \frac{1}{Y'(x,p)} \begin{bmatrix} \beta_E-\alpha \\ \alpha+\beta_E \end{bmatrix}. \qquad (3.2.5)$$

In (3.2.2) und (3.2.3) sind α und β_E von x unabhängig, deshalb kann man auch schreiben

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(x,p) \\ \Gamma_r(x,p) \end{bmatrix} = z'(0,p)\, e^{-\mu x} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha+\beta_E} \\ \frac{}{\beta_E-\alpha} \end{bmatrix}, \qquad (3.2.6)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(x,p) \\ \Gamma_r(x,p) \end{bmatrix} = \frac{1}{y'(0,p)}\, e^{-\mu x} \begin{bmatrix} \beta_E-\alpha \\ \alpha+\beta_E \end{bmatrix}. \qquad (3.2.7)$$

Diese Beziehung läßt sich zerlegen in

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(x,p) \\ \Gamma_r(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_h(0,p) \\ \Gamma_r(0,p) \end{bmatrix} e^{-\mu x} \qquad (3.2.8)$$

und

$$\begin{bmatrix} \Gamma_h(0,p) \\ \Gamma_r(0,p) \end{bmatrix} = z'(0,p) \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha+\beta_E} \\ \frac{1}{\beta_E-\alpha} \end{bmatrix} = \frac{1}{y'(0,p)} \begin{bmatrix} \beta_E-\alpha \\ \alpha+\beta_E \end{bmatrix} \qquad (3.2.9)$$

Aus den Größen am Leitungsende x = l

$$\begin{bmatrix} u(l,p) \\ i(l,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(\alpha-\beta_E)l} & e^{-(\alpha+\beta_E)l} \\ -\frac{e^{-(\alpha-\beta_E)l}}{\Gamma_r(l,p)} & \frac{e^{-(\alpha+\beta_E)l}}{\Gamma_h(l,p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \qquad (3.2.10)$$

erhält man die Integrationskonstanten

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(\alpha-\beta_E)l} & e^{-(\alpha+\beta_E)l} \\ -\frac{e^{-(\alpha-\beta_E)l}}{\Gamma_r(l,p)} & \frac{e^{-(\alpha+\beta_E)l}}{\Gamma_h(l,p)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(l,p) \\ i(l,p) \end{bmatrix} \qquad (3.2.11)$$

Zwei einfache Fälle u(l,p)=0 oder i(l,p)=0 sollen in den folgenden Abschnitten genauer untersucht werden.

3.2.1 Frequenzstarrer Netzrand

Für den Fall u(l,p)=0,also bei frequenzstarrem Netzrand nach Bild 3.2.1, folgt aus (3.2.1) und (3.2.11) als Eingangsimpedanz der Exponentialleitung

$$z(0,p) = \frac{u(0,p)}{i(0,p)} = \frac{z'(0,p)}{\alpha + \beta_E \coth(\beta_E l)} \qquad (3.2.12)$$

Für das in Bild 3.2.1 gezeigte Ersaztschaltbild gilt:

$$Z'(x,p) = Z'(0,p)\, e^{-\mu x} = pL'_0\, e^{-\mu x} \qquad (3.2.13)$$

$$Y'(x,p) = Y'(0,p)\, e^{+\mu x} = \frac{pC'_0}{1+p^2\frac{C'_0}{H'_0}} \cdot e^{+\mu x} \qquad (3.2.14)$$

L'_0, C'_0 und H'_0 kann man nach (3.1.3) berechnen, μ nach (3.1.2). Setzt man μ, z'(0,p) und y'(0,p) in (3.2.3) ein, so erhält man

$$\beta_E = \frac{\mu}{2k_E}\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\cdot\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}} \qquad (3.2.15)$$

mit der mechanischen Eigenfrequenz der rotierenden Maschinen

$$\omega_e = \sqrt{\frac{H'_0}{C'_0}} = \sqrt{\frac{H_i}{C_i}}\ , \quad i = 1,2\ldots n \qquad (3.2.16)$$

um den Verzweigungsgrad

$$k_E = \frac{1}{\sqrt{1+4H'_0\, L'_0/\mu^2}}\ , \quad 0 \leqq k_E \leqq 1 \qquad (3.2.17)$$

Meist ist $k_E^2 << 1$, so daß näherungsweise gilt

$$k_E = \frac{\mu}{2\sqrt{H'_o\, L'_o}} \qquad (3.2.18)$$

Der Verzweigungsgrad k_E ist danach dimensionslos und etwa halb so groß wie der mit der Längenkonstante $1/\sqrt{H'_o L'_o}$ multiplizierte Exponentialfaktor μ. Für unverzweigte Kettenleiter nach Abschnitt 2.5 ist $q=1$, wegen (3.1.2) also $\mu=0$ und $k_E=0$.

Im Folgenden wird stets $q_o=1$ gesetzt.

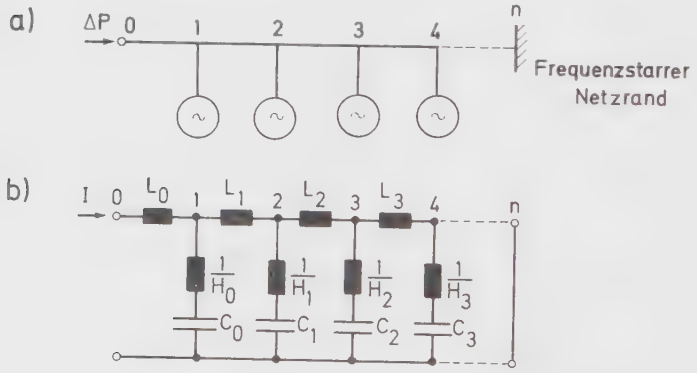


Bild 3.2.1: Kettenleitung mit frequenzstarrem Netzrand
a) Schaltbild
b) Ersatzschaltbild nach Tabelle 2.3.1.

Mit Nachdruck wird festgestellt, daß ω_e und k_E bei der Exponentialleitung unabhängig von $x=n\cdot\ell$ sind, was die Berechnung der Ausgleichsvorgänge erleichtert.
Aus (3.2.12) und 3.2.15) erhält man für einen auf die Leitung mit frequenzstarrem Netzrand gegebenen Momentenstoß $\frac{I}{p}$, der beispielsweise im Zuge einer plötzlichen Kraftwerkabschaltung erscheint:

$$u(0,p) = \frac{I}{p}\, Z(0,p)$$

$$= I\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{\sqrt{1-k_E^2}}{\omega_e}\cdot\frac{1}{k_E+\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\coth\left(\frac{N\ln q}{2k_E}\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right)}\cdot \qquad (3.2.19)$$

Für die entsprechende Frequenzänderung am Ort x=0 gilt

$$\Delta f_E^*(0,p) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{\sqrt{1-k_E^2}}{\omega_e}\cdot\frac{1}{k_E+\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\coth\left(\frac{N\ln q}{2k_E}\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right)}\cdot \qquad (3.2.20)$$

Die Rücktransformation von (3.2.20) enthält auch einen Rechtecksprung des Leitungswinkels Θ'_L also einen Dirac-Impuls der Frequenz. Zieht man $\lim_{p\to\infty} \Delta f_E^*(0,p)$ von (3.2.20) ab, so erhält man

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\frac{\sqrt{1-k_E^2}}{\omega_e}\left\{\frac{1}{k_E+\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\coth\left(\frac{N\ln q}{2k_E}\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right)}-\frac{1}{k_E+\coth\frac{N\ln q}{2k_E}}\right\} \qquad (3.2.21)$$

Durch numerische Laplace-Rücktransformation gewinnt man im Zeitbereich mit $I = \frac{\Delta P}{\omega_n}$

$$\Delta f_E(0,t) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot F_E(0,t) \qquad (3.2.22)$$

Einige Verläufe der bezogenen dimensionslosen Frequenzabweichung $F_E(o,t)$ mit unterschiedlichen Parametern k_E und N sind in Bild 3.2.2 dargestellt.
Das erste Maximum ist nach Bild 3.3.1 praktisch von ω_e unabhängig und wird durch k_E verkleinert.

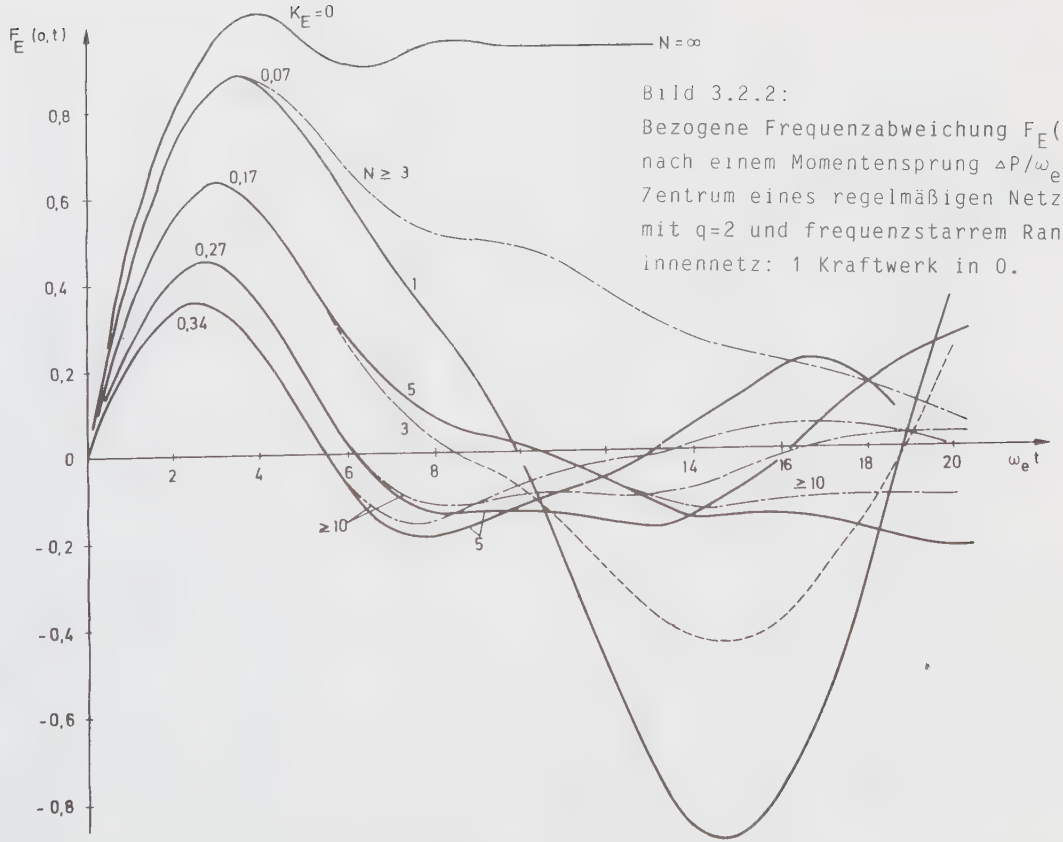


Bild 3.2.2:
Bezogene Frequenzabweichung $F_E(0,t)$ nach einem Momentensprung $\Delta P/\omega_e$ im Zentrum eines regelmäßigen Netzes mit q=2 und frequenzstarrem Rand. Innennetz: 1 Kraftwerk in 0.

3.2.2 Leistungsloser Netzrand

Für den Fall i(l,p)=0, d.h. bei leistungslosem Netzrand nach Bild 3.2.3, folgt aus (3.2.1) und (3.2.11) als Eingangswiderstand der Exponentialleitung

$$Z(0,p) = \frac{u(0,p)}{i(0,p)} = \frac{1}{y'(0,p)} \{ \beta_E \cdot \coth(\beta_E l) - \alpha \} \qquad (3.2.23)$$

und entsprechend wird für den auf die Leitung gegebenen Momentenstoß $\frac{I}{p}$

$$u(0,p) = I \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \cdot \frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}} \left(1 + \frac{\omega_e^2}{p^2}\right) \left[\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}} \coth\left(\frac{N \ln q}{2 k_E} \sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right) - k_E \right] \qquad (3.2.24)$$

$$\Delta f_E^*(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \frac{1}{\omega_e \sqrt{1-k_E^2}} \left(1 + \frac{\omega_e^2}{p^2}\right) \left[\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}} \coth\left(\frac{N \ln q}{2 k_E} \sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right) - k_E \right] \qquad (3.2.25)$$

Zeiht man hiervon wieder den Dirac-Impuls der Frequenz ab, so erhält man

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \frac{1}{\omega_e \sqrt{1-k_E^2}} \left[\sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}} \coth\left(\frac{N \ln q}{2 k_E} \sqrt{\frac{p^2+k_E^2\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}}\right) \left(1 - \frac{\omega_e^2}{p^2}\right) - \frac{k_E^2\omega_e^2}{p^2} - \coth \frac{N \ln q}{2 k_E} \right]$$

(3.2.26)

Bild 3.2.4 zeigt die bezogenen, dimensionslosen Frequenzverläufe $F_E(o,t)$ mit unterschiedlichen Parametern k_E und N. Wieder ist das erste Maximum praktisch von ω_e unabhängig und wird durch k_E verkleinert. Da der Netzrand leistungslos ist, steigen die Frequenzen im weiteren Verlauf um so rascher an, je kleiner N ist.

Die Gleichungen (3.2.21) und (3.2.26) lassen erkennen, daß die Frequenzänderungen in solchen regelmäßigen Netzen nur von einem Maßstabsfaktor $\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}$ und 4 Parametern ω_e, k_e, N und $\mu = \ell n\, q/\Delta l$ abhängen. In praktischen Fällen ändert sich

ω_e nur wenig, so daß allein k_E, N und μ entscheidend sind.

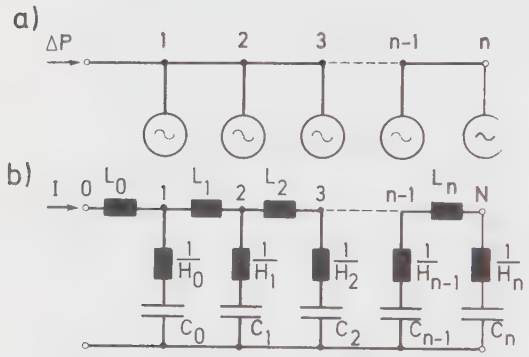


Bild 3.2.3: Kettenleitung mit leistungslosem Netzrand
a) Schaltbild
b) Ersatzschaltbild nach Tabelle 2.3.1

3.2.3 Ausbreitung der Vorgänge auf der Exponentialleitung

Wenn u(0,p) und i(0,p), nämlich die Frequenzänderung und der eingeprägte Momentensprung, im Ort x=0 bekannt sind, erhält man aus (3.2.1)

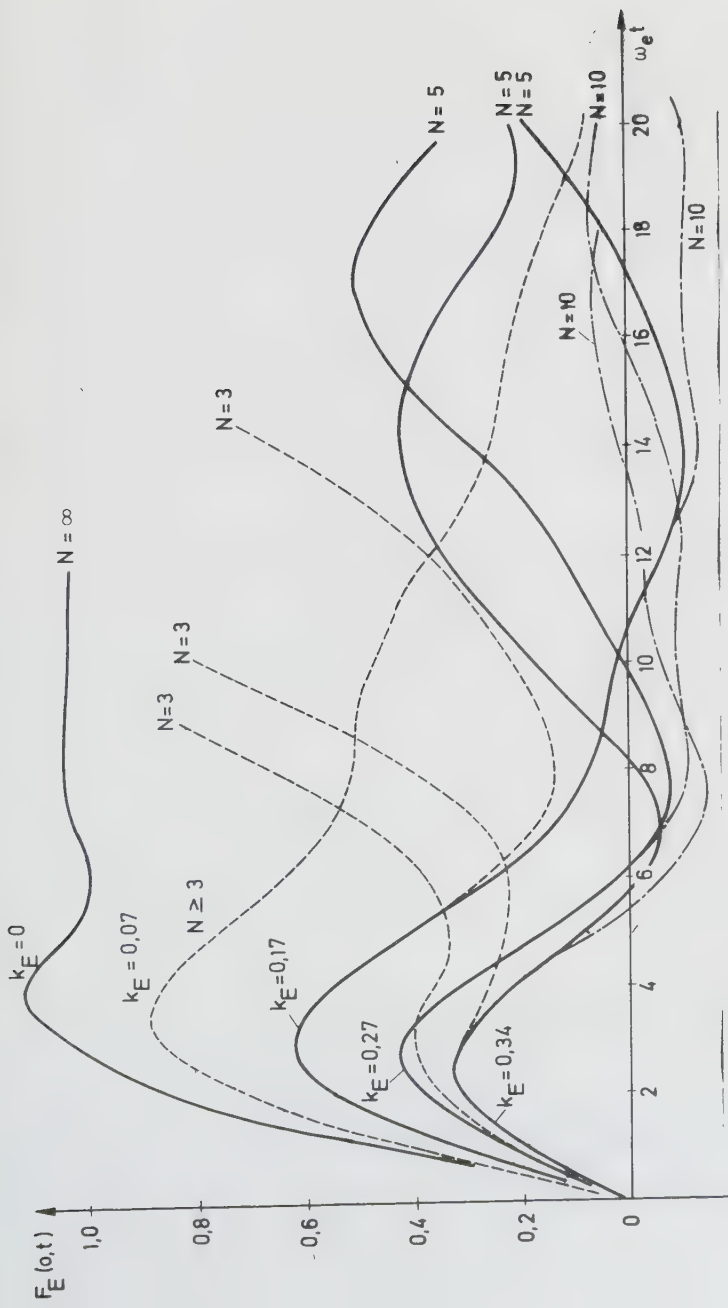


Bild 3.2.4: Bezogene Frequenzabweichung $F_E(O,t)$ wie in Bild 3.2.2, jedoch mit leistungslosem Rand.

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{-1}{\Gamma_r(0,p)} & \frac{-1}{\Gamma_h(0,p)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(0,p) \\ i(0,p) \end{bmatrix} \qquad (3.2.27)$$

Die allgemeine Lösung für beliebigen Beobachtungsort x ist dann

$$\begin{bmatrix} u(x,p) \\ i(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(\alpha-\beta_E)x} & e^{-(\alpha+\beta_E)x} \\ -\frac{e^{-(\alpha-\beta_E)x}}{\Gamma_r(0,p)} & \frac{e^{-(\alpha+\beta_E)x}}{\Gamma_h(0,p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{-1}{\Gamma_r(0,p)} & \frac{-1}{\Gamma_h(0,p)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(0,p) \\ i(0,p) \end{bmatrix}$$

(3.2.28)

Im Fall u(l,p)=0, nämlich bei einer Exponentialleitung mit einem frequenzstarren Netzrand, gilt

$$u(0,p) = \frac{Z'(0,p)}{\alpha+\beta_E \coth(\beta_E l)} \cdot i(0,p) \quad .$$

Daraus folgt

$$u(x,p) = u(0,p) \cdot e^{-\alpha x} \; \frac{e^{\beta_E(l-x)} - e^{\beta_E(l-x)}}{e^{\beta_E l} - e^{\beta_E l}} \qquad (3.2.29)$$

und die entsprechende Frequenzänderung bei beliebigem Beobachtungsort

$$\Delta f_E^*(x,p) = \Delta f_E^*(0,p)\, e^{-\alpha x} \; \frac{\sinh[\beta_E(l-x)]}{\sinh(\beta_E l)} \; . \qquad (3.2.30)$$

Für den Beobachtungsort x=l wird $\sinh[\beta_E(l-x)] = 0$ und

$$\Delta f_E^*(x,p) = \Delta f_E^*(l,p) = 0$$

weil des Netzrand frequenzstarr ist.

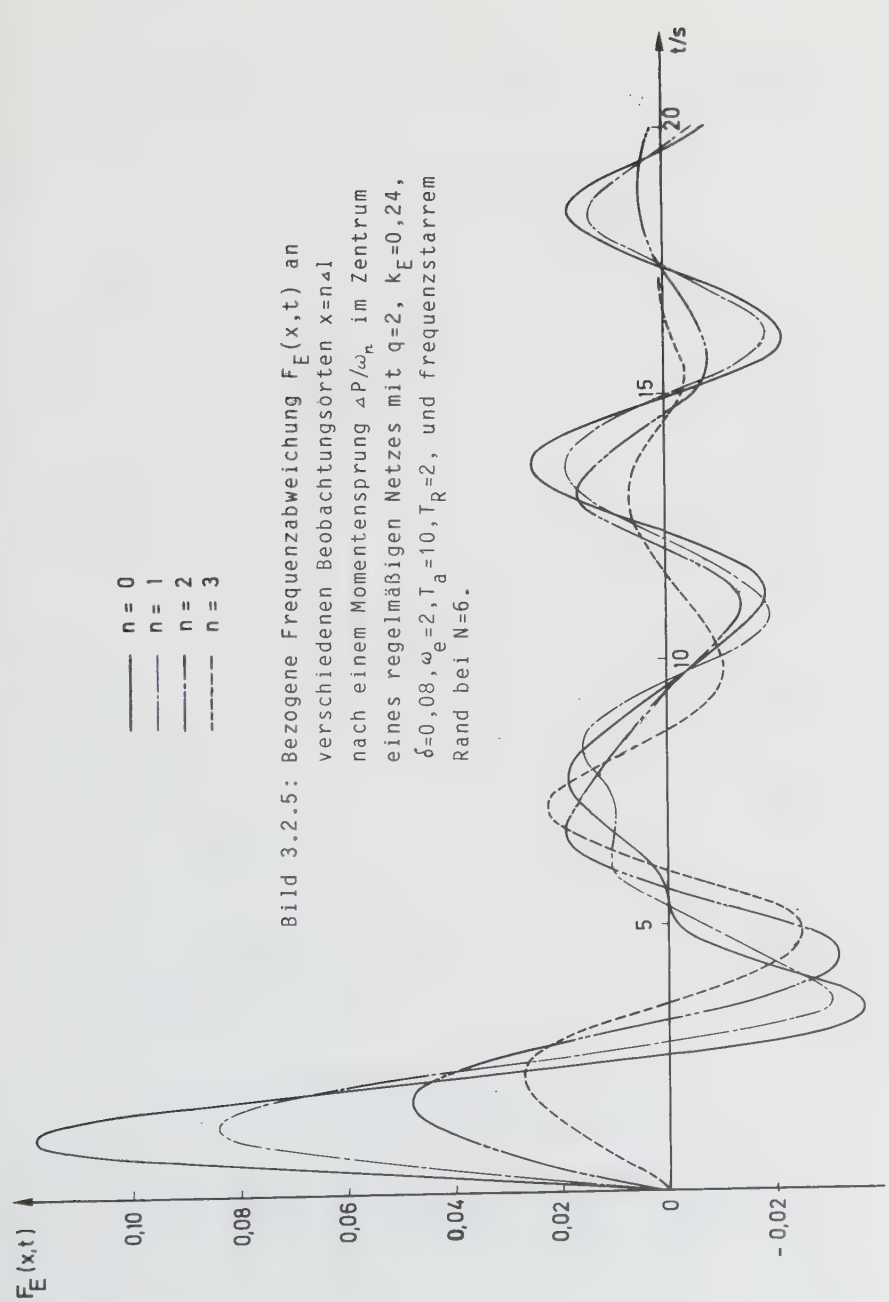


Bild 3.2.5: Bezogene Frequenzabweichung $F_E(x,t)$ an verschiedenen Beobachtungsörten $x=n\Delta l$ nach einem Momentensprung $\Delta P/\omega_n$ im Zentrum eines regelmäßigen Netzes mit q=2, k_E=0,24, δ=0,08, ω_e=2, T_a=10, T_R=2, und frequenzstarrem Rand bei N=6.

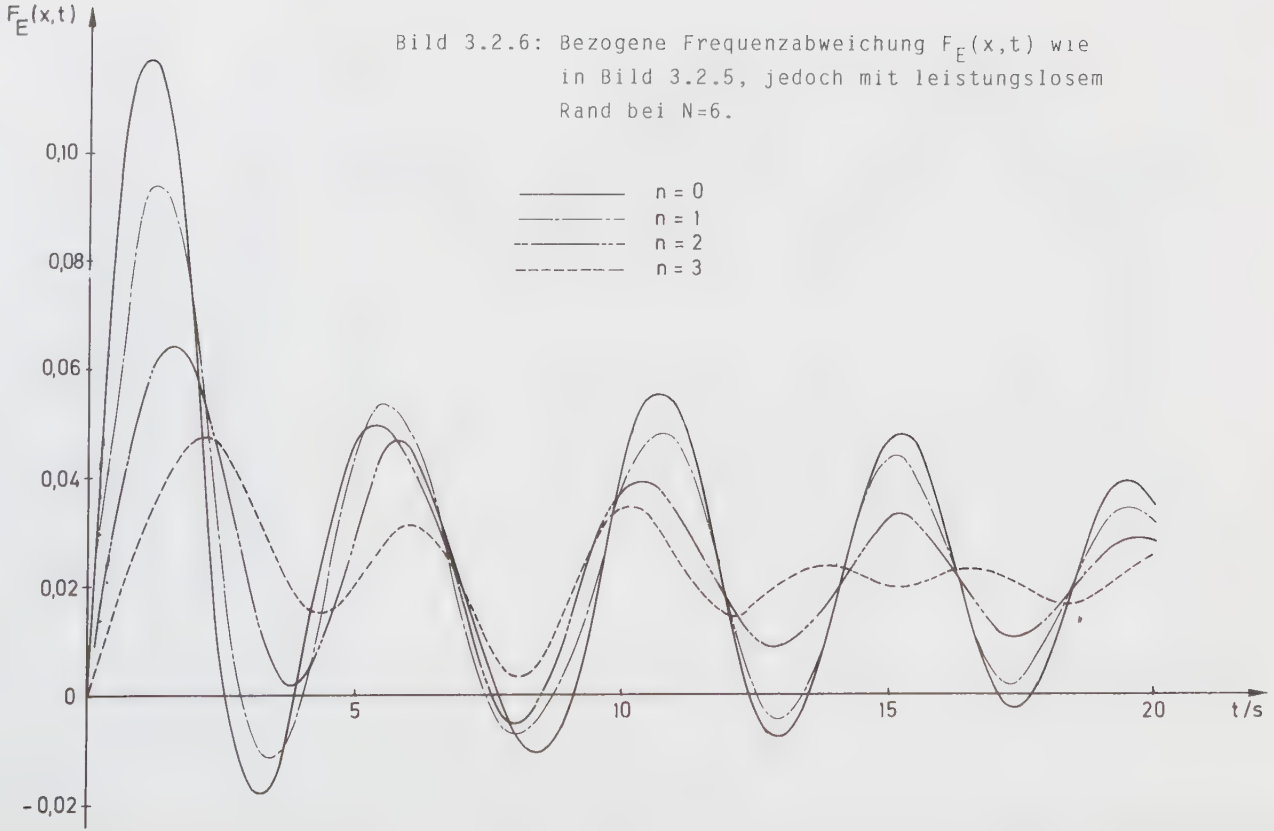


Bild 3.2.6: Bezogene Frequenzabweichung $F_E(x,t)$ wie in Bild 3.2.5, jedoch mit leistungslosem Rand bei N=6.

Im Fall i(l,p)=0, nämlich bei einer Exponentialleitung mit einem leistungslosen Netzrand, folgt aus (3.2.23) und (3.2.28)

$$\Delta f_E^*(x,p) = \Delta f_E^*(0,p)\, e^{-\alpha x}\, \frac{\beta_E \cosh[\beta_E(l-x)] - \alpha \sin[\beta_E(l-x)]}{\beta_E \cosh(\beta_E l) - \alpha \sin(\beta_E l)} . \qquad (3.2.31)$$

Wenn der Beobachtungsort in der Nähe des Störungsortes $x \simeq 0$ also für $n/N << 1$ ist, oder bei großer Netzausdehnung $N \to \infty$, läßt sich

$$\Delta f_E(x,t) \doteq \Delta f_E(0,t)\, e^{-\alpha x} \qquad (3.2.23)$$

schreiben. Bei unbegrenzter homogener Leitung $\alpha = \frac{\mu}{2} = 0$ nach Abschnitt 2.5 wird

$$\Delta f_E(x,t) = \Delta f_H(x,t) = \Delta f_H(0,t)$$

die Frequenzänderung wandert unvermindert ins Netz.
Von der rechten Seite von (3.2.30) und (3.2.31) subtrahiert man wieder $\lim_{p \to \infty} \Delta f^*(x,p)$, und erhält damit $\Delta f_E(x,p)$. Die Bilder 3.2.5 und 3.2.6 zeigen verschiedene Beispiele der mit (3.2.30) und (3.2.31) beschriebenen Frequenzverläufe, die Wirkung der Primärregler ist dabei berücksichtigt. Nur bei nahen Beobachtungsort sind $F_E(x,t)$ und $F_E(0,t)$ einfach exponentiell verknüpft. Bei fernen Beobachtungsorten wird der Frequenzverlauf verzerrt. Die Frequenzänderungen sind dort bei frequenzstarrem Netzrand u(l,t)=0 naturgemäß kleiner als bei leistungslosem Netzrand i(l,t)=0.

3.3 Unendliche Exponentialleitung

Für $N \to \infty$ erhält man aus (3.2.21) oder (3.2.26) den Sonderfall

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'}{C'}} \cdot \frac{1}{\omega_e} \frac{1}{\sqrt{1-k_E}} \left(\sqrt{\left(1+\frac{\omega_e^2}{p^2}\right)\left(1+\frac{k_E^2\omega_e^2}{p^2}\right)} - \frac{k_E\omega_e^2}{p^2} - 1 \right]. \qquad (3.3.1)$$

Er enthält keine transzendente Funktion mehr und ist nur noch von 2 Parametern ω_e und k_E sowie dem Maßstabsfaktor abhängig.
Um die Laplace-Rücktransformation von (3.3.1) durchzuführen wird diese Gleichung umgeformt

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\,\frac{1}{\omega_e}\,\frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}}\left(\frac{\sqrt{p^2+\omega_e^2}\sqrt{p^2+k_E^2\omega_e^2}}{p^2}\cdot\frac{p^2+\omega_e^2}{p^2+\omega_e^2}-\frac{k_E\omega_e^2}{p^2}-1\right)$$

$$= \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\,\frac{1}{\omega_e}\,\frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}}\left(\frac{\omega_e^2}{p^2}\,\frac{\sqrt{p^2+k_E^2\omega_e^2}-p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}}-\frac{\omega_e^2}{p\sqrt{p^2+\omega_e^2}}+\frac{\sqrt{p^2+k_E^2\omega_e^2}-p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}}+\frac{p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}}-\frac{k_E\omega_e^2}{p^2}-1\right)$$

Die Zeitfunktionen der einzelnen Glieder sind

$$\sqrt{p^2+k_E^2\omega_e^2}-p \quad\multimap\quad \frac{k_E\omega_e^2}{\omega_e t}\,J_1(k_e\omega_e t)\;;$$

$$\frac{1}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}} \quad\multimap\quad J_0(\omega_e t)\;;$$

$$\frac{\sqrt{p^2+k_E^2\omega_e^2}-p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}} \quad\multimap\quad \int_0^{\omega_e t}\frac{k_E\omega_e}{\omega_e t_1}\,J_1(k_E\omega_e t_1)J_0(\omega_e t-\omega_e t_1)\,d\omega_e t_1\;;$$

$$\frac{\omega_e^2}{p^2}\cdot\frac{\sqrt{p^2+k_e^2\omega_e^2}-p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}} \quad\multimap\quad \omega_e\int_0^{\omega_e t}(\omega_e t-\omega_e t_2)\Big(\int_0^{\omega_e t}\frac{k_E}{\omega_e t_1}\,J_1(k_E\omega_e t_1)\cdot J_0(\omega_e t-\omega_e t_1)\,d\omega_e t_1\Big)\,d\omega_e t_2\;;$$

$$\frac{\omega_e^2}{p\sqrt{p^2+\omega_e^2}} \quad\multimap\quad \omega_e\int_0^{\omega_e t}J_0(\omega_e t_1)\,d\omega_e t_1\;;$$

$$\frac{p}{\sqrt{p^2+\omega_e^2}}-1 \quad\multimap\quad -\omega_e J_1(\omega_e t).$$

So läßt sich der Ausgleichsvorgang der Frequenzänderung durch einige bestimmte Integrale ausdrücken, die man zweckmäßig mit Rechenprogrammen auswertet:

$$\Delta f_E(0,t) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}}\Big(\int_0^\tau(\tau-\psi)\Big(\int_0^\tau \frac{k_E}{\varphi}J_1(k_E\varphi)J_0(\tau-\varphi)\,d\varphi\,d\psi +$$

$$+\int_0^\tau \frac{k_E}{\varphi}J_1(k_E\varphi)J_0(\tau-\varphi)\,d\varphi + \int_0^\tau J_0(\varphi)\,d\varphi - J_1(\tau) - k_E\tau\Big) \qquad (3.3.2)$$

Dabei ist $\tau = \omega_e t$ und sind φ, ψ Integrationsvariable.
Mit den Grenzwertsätzen erhält man:

Anfangswert $t = 0$ $\Delta f_E(0,t) = 0$ (3.3.3)

Endwert $t \to \infty$ $\Delta f_E(0,t) = 0$ (3.3.4)

Anfangssteigung $t = 0$ $\frac{d}{dt}\Delta f_E(0,t) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\frac{\omega_e}{2}\frac{(1-k_E)^2}{\sqrt{1-k_E^2}}$ (3.3.5)

Die Frequenzverläufe für $N \to \infty$ sind in den Bildern 3.2.2 und 3.2.4 enthalten. Von (3.3.1) und (3.3.2) weiß man, daß die Frequenzverläufe für $N \to \infty$ nur von 2 Parametern, ω_e und k_E abhängen.
Bild 3.3.1 zeigt, daß das erste Maximum bei jedem bezogenen Frequenzverlauf nur von k_E abhängig und von ω_e unabhängig ist, da in (3.3.2) die Größe $\Delta f_E(0,t)$ außer k_E nur von dem Produkt $\tau = \omega_e t$ abhängt, während bei unterschiedlicher Eigenfrequenz ω_e nur der Zeitmaßstab von $\Delta f_E(0,t)$ geändert wird.
Das Maximum wird näherungsweise beschrieben durch

$$\Delta f_{E.max}(0,t_m) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\cdot 1{,}09^{-3{,}33\,k_E/\sqrt{1-k_E^2}} \qquad (3.3.6)$$

mit $t_m \doteq \frac{4}{\omega_e}(1-k_E)^2$. (3.3.7)

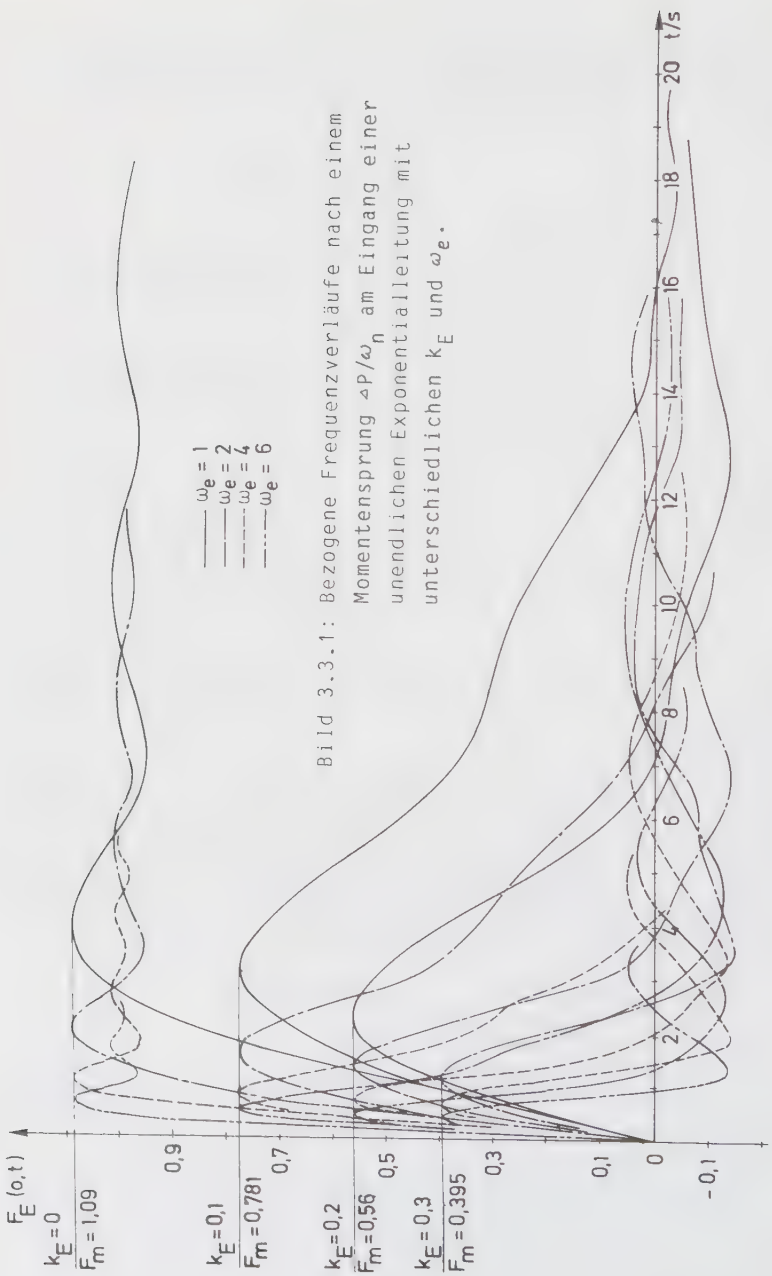


Bild 3.3.1: Bezogene Frequenzverläufe nach einem Momentensprung $\Delta P/\omega_n$ am Eingang einer unendlichen Exponentialleitung mit unterschiedlichen k_E und ω_e.

3.4 Näherungsformeln für unendliche Exponentialleitung

Die bezogene Frequenzabweichung läßt sich bestimmen aus

$$F_E(0,t) = \frac{2\pi\omega_n}{\Delta P}\sqrt{\frac{C'_0}{L'_0}}\,\Delta f_E(0,t) \qquad (3.4.1)$$

Mit der Abkürzung $\tau = \omega_e t$ läßt sich eine einfache Näherungsformel angeben:

$$F_E(0,t) = \frac{\tau}{A\,\tau^{(1+D)} + B\tau + C}\,. \qquad (3.4.2)$$

Die Koeffizienten sind:

$$C = \frac{2\sqrt{1-k_E^2}}{(1-k_E)^2}\,, \qquad (3.4.3)$$

$$A = \frac{C}{D}\,\tau_m^{-(1+D)}\,, \qquad \text{mit} \quad \tau_m = \omega_e t_m \qquad (3.4.4)$$

$$B = 0{,}92^{\sqrt{1-k_E^2}^{3{,}33}} - \left(1 - \frac{1}{D}\right)\frac{C}{\tau_m} \qquad (3.4.5)$$

$$D = \begin{cases} 20\,k_E & \text{für } k_E \geq 0{,}05 \\ 1 & \text{für } k_E < 0{,}05 \end{cases} \qquad (3.4.6)$$

Wenn $k_E = 0$ und $\tau > 6$, wird $F_E(0,t) \simeq 1{,}0$ sein. In Bild 3.4.1 sind die Näherungen neben den exakten Lösungskurven zusammengestellt. Die Verläufe stimmen zufriedenstellend überein.
Die Näherungsformel (3.4.2) für die unendliche Exponentialleitung ist sehr nützlich, da das erste Maximum von $F_E(0,t)$ kaum vom Eingreifen der Primärregler beeinflußt wird. Diese empirische Formel für elektromechanische Ausgleichsvorgänge darf als eine erste analytische Näherungslösung angesehen werden.

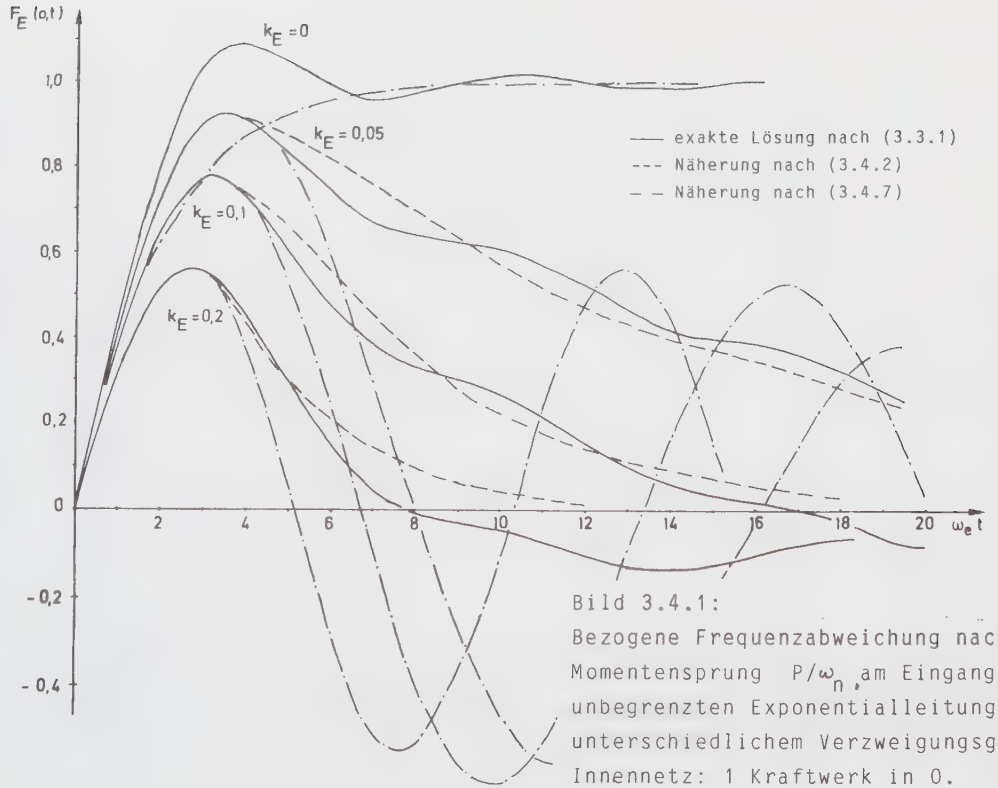


Bild 3.4.1:
Bezogene Frequenzabweichung nach einem Momentensprung P/ω_n, am Eingang einer unbegrenzten Exponentialleitung mit unterschiedlichem Verzweigungsgrad k_E.
Innennetz: 1 Kraftwerk in O.

Betrachtet man den Verlauf der Kurven in den Bildern 3.3.1 und 3.4.1, so stellt man fest, daß sie für $t=0$ und $t \to \infty$ durch die Ersatzschaltung in Bild 3.4.2 erfüllt werden. Sie läßt sich durch 3 Parameter C_e, G_e und L_e des Ersatzparallelschwingkreises in Bild 3.4.2 beschreiben und führt bei einem Rechteckstromstoß ΔI auf

$$u(0,t) = \frac{\Delta I}{C_e(\beta-\alpha)} \left(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} \right) \qquad (3.4.7)$$

wobei α und β die Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$p^2 + \frac{G_e}{C_e} p + \frac{1}{L_e C_e} = 0 \qquad (3.4.8)$$

sind. Die Größen C_e, G_e und L_e lassen sich in der folgenden Weise aus den Bildern 3.3.1 und 3.4.1 ableiten.

Die Grenzbedingungen der bezogenen Frequenzverläufe in Bild 3.3.1

$$F_{E.m} = 1{,}09\, e^{-3{,}33\, k_E/\sqrt{1-k_E^4}}$$

$$t_{E.m} = \frac{4}{\omega_e} (1-k_E)^2 \qquad (3.4.9)$$

$$\dot{F}_{E.0} = \left.\frac{dF_E}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\omega_e}{2} \cdot \frac{(1-k_E)^2}{\sqrt{1-k_E^2}}$$

sind aus (3.3.6), (3.3.7),(3.3.5) und (3.4.1) abgeleitet. Die unbekannten Koeffizienten C_e, α, β in (3.4.7) können durch obige drei Grenzgrößen dargestellt werden, so daß

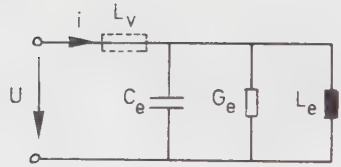


Bild 3.4.2: Ersatzschaltbild für die Näherung nach (3.4.7)

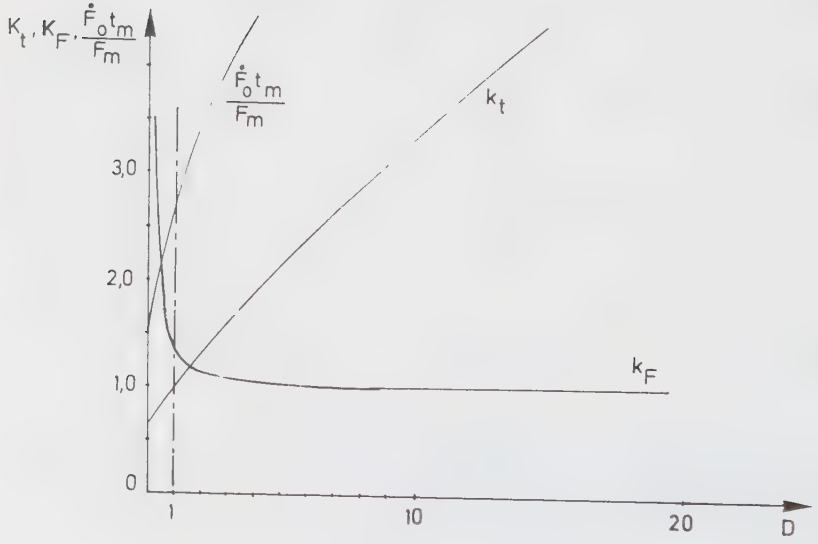


Bild 3.4.3: Beziehungskurve zwischen $\dot{F}_o t_m / F_m$, k_t, k_F und D.

$$C_e = \frac{1}{F_{E.0}} \tag{3.4.10}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{G_e}{2C_e}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{D^2}}\right) \\ \beta &= \frac{G_e}{2C_e}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{D^2}}\right) \end{aligned}\right\} \text{ für aperiodischen Fall} \tag{3.4.11a}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{G_e}{2C_e}\left(1 - j\sqrt{\frac{1}{D^2} - 1}\right) \\ \beta &= \frac{G_e}{2C_e}\left(1 + j\sqrt{\frac{1}{D^2} - 1}\right) \end{aligned}\right\} \text{ für schwingenden Fall} \tag{3.4.11b}$$

$$\text{mit} \quad D = \frac{G_e}{2}\sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \tag{3.4.12}$$

$$\text{und} \quad G_e = \frac{1}{k_F F_{E.m}} \tag{3.4.13}$$

$$L_e = \dot{F}_{E.0}\,(k_t t_m)^2 \tag{3.4.14}$$

Die Koeffizienten k_t und k_F nur von $D = \frac{G_e}{2}\sqrt{\frac{L_e}{C_e}} = \frac{k_t}{2k_F} \cdot \frac{\dot{F}_0\, t_m}{F_m}$ abhängig. Die exakten Beziehungen liegen dazwischen, wie in Tabelle 3.4.1 und in Bild 3.4.3 gezeigt.

Tabelle 3.4.1: Beziehungen zwischen k_t, k_F, $\dot{F}ot_m/Fm$ und D.

	im aperiodischen Fall $D \geq 1$	im schwingenden Fall $D < 1$
k_t	$\frac{D - 1}{\text{Arcosh } D}$	$\frac{\sqrt{1 - D}}{\text{Arcosh } D}$
k_F	$\frac{1}{2D}\, e^{\frac{1}{\sqrt{D^2-1}}\text{Arcosh } D}$	$\frac{1}{2D}\, e^{\frac{1}{\sqrt{1-D^2}}\text{Arcosh } D}$
$\frac{k_t}{2k_F}$	$D\sqrt{D^2-1}\ \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{D^2-1}}\text{ArcoshD}}}{\text{ArcoshD}}$	$D\ 1-D^2\ \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{1-D^2}}\text{Arcosh } D}}{\text{Arcosh } D}$
$\frac{\dot{F}_0 t_m}{F_m}$	$\frac{\text{Arcosh } D}{\sqrt{D^2 - 1}}\, e^{\frac{D}{\sqrt{D^2-1}}\text{ArcoshD}}$	$\frac{\text{Arcosh } D}{\sqrt{1-D^2}}\, e^{-\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\text{Arcosh D}}$

Nach der Kenntnis von $\frac{\dot{F}_o t_m}{F_m}$ kann man mit den Diagrammen in Bild 3.4.3 für die Beziehungen zwischen k_t, k_F, $\frac{\dot{F}_o t_m}{F_m}$ und D die der tatsächlichen Frequenzänderung entsprechenden Größen D, k_t und k_F finden. Die nach (3.4.7), (3.4.10) und (3.4.11) berechneten Näherungen der bezogenen Frequenzabweichung sind auch in Bild 3.4.1 neben den exakten Lösungskurven zusammengestellt. In Bild 3.4.2 ist

$$L_V = \sqrt{\frac{L_o'}{H_o'}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}}$$

für die Nachbildung eines Dirac-Impulses im (ΔP- Δf)-Vorgang.

3.5 Einfluß der Primärregler

Gemäß dem im Abschnitt 2.3 gegebenen Modell bezieht man die resultierende Queradmittanz Y_G eines Kraftwerkes in Bild 2.3.2 und 2.3.3 auf H, so daß mit (3.2.16) und $P_n = s_n \cos\varphi_n$

$$\frac{1}{Y_G} = \frac{1}{H} \cdot \frac{p^3 + p^2 \frac{1}{T_R} + p\left(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta} + \omega_e^2\right) + \frac{\omega_e^2}{T_R}}{p^2 + p\,\frac{1}{T_R} + \frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta}} \qquad (3.5.1)$$

Der resultierende Admittanzbelag Y'(x,p) der Exponentialleitung wächst ebenso wie H'(x,p) und C'(x,p) mit $e^{\mu x}$. Der Admittanzbelag wird damit zu

$$y'(x,p) = \frac{p^2 + \frac{1}{T_R} p + \frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta}}{p^3 + \frac{1}{T_R} p^2 + \frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta} p + \omega_e^2 p + \frac{\omega_e^2}{T_R}} \; H'(0,p)\, e^{+\mu x}$$

$$= Y'(0,p)\, e^{+\mu x} \qquad (3.5.2)$$

und der Exponentialfaktor wird

$$\beta_E = \sqrt{\frac{\mu^2}{4} + Z'(x,p)Y'(x,p)} = \frac{N\ell_n q}{2k_E}\sqrt{\frac{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+\frac{\cos\varphi_n}{T_a T_R \delta}p+k_E^2\omega_e^2 p+\frac{k_E^2\omega_e^2}{T_R}}{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+\frac{\cos\varphi_n}{T_a T_R \delta}p+\omega_e^2 p+\frac{\omega_e^2}{T_R}}} \quad . \tag{3.5.3}$$

Der Impedanzbelag Z'(x,p) bleibt wie in (3.2.13) unverändert. Nach der gleichen Ableitung wie im Abschnitt 3.2 erhält man für einen frequenzstarren Netzrand mit u(l,p) = 0

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{\sqrt{1-k_E^2}}{\omega_e}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{1}{k_E+\frac{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a\delta}+k_E^2\omega_e^2)p+\frac{k_E^2\omega_e^2}{T_R}}{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a\delta}+\omega_e^2)p+\frac{\omega_e^2}{T_R}}\coth(\beta_E l)} - \frac{1}{k_E+\coth\frac{N\ell_n q}{2k_E}}\right] \tag{3.5.4}$$

Für $t\to\infty$ ist erwartungsgemäß $\lim_{p\to 0} p\cdot\Delta f_E(0,p) = 0$, weil der frequenzstarre Netzrand die stationäre Frequenz bestimmt. Für einen leistungslosen Netzrand i(l,p) = 0 wird

$$\Delta f_E(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\cdot\frac{1}{\omega_e}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-k_E^2}}\cdot\frac{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a\delta}+\omega_e^2)p+\frac{\omega_e^2}{T_R}}{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a\delta}p}\left[F_1 - F_2\right] \tag{3.5.5}$$

mit

$$F_1 = \sqrt{\frac{p^3 + \frac{1}{T_R}p^2 + \left(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_{a\delta}} + k_E^2\omega_e^2\right)p + \frac{k_E^2\omega_e^2}{T_R}}{p^3 + \frac{1}{T_R}p^2 + \left(\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_{a\delta}} + \omega_e^2\right)p - \frac{\omega_e^2}{T_R}}} \coth(\beta_E \ell) \,.$$

$$F_2 = k_E \frac{\omega_e^2 p + \frac{\omega_e^2}{T_R}}{p^3 + \frac{1}{T_R}p^2 + \frac{\cos\varphi_n}{T_R T_{a\delta}}p} + \coth\frac{N \ln q}{2 k_E} \,.$$

Bildet man mit (3.1.2) und (3.1.4) die Summe der Kraftwerks-Scheinleistungen im Netz

$$S_\Sigma = q_0 \frac{\eta_{S.E}}{\Delta\ell} \cdot S_{nG} \int_0^\ell e^{+\mu x}\, dx = q_0 \eta_{S.E} S_{nG} \frac{q^N - 1}{\ln q} \qquad (3.5.7)$$

woraus für Strahlennetze mit (3.1.4) folgt

$$S_{\Sigma.E} = q_0 (1 + q + q^2 + \ldots + q^{N-1}) S_{nG} \qquad (3.5.8)$$

so wird für $t \to \infty$

$$\Delta f_E(0, \infty) = \frac{\Delta P}{S_{\Sigma.E}} \cdot \delta f_n \qquad (3.5.9)$$

wie nach der bekannten Definition der Statik.
Der Einfluß der Primärregler auf den Frequenzverlauf nach einem Wirkleistungsstoß ΔP ist aus den Bildern 3.5.1 und 3.5.2 zu ersehen. In beiden Fällen wird das erste Frequenzmaximum nur bei kleinen Zeitkonstanten $T_R \omega_e \leqq 10$ wesentlich reduziert. Auch die anschließenden Frequenzschwankungen fallen kleiner aus. Vor allem aber unterbleibt der spätere Frequenzanstieg bei leistungslosem Rand auch bei kleiner Netzausdehnung N.

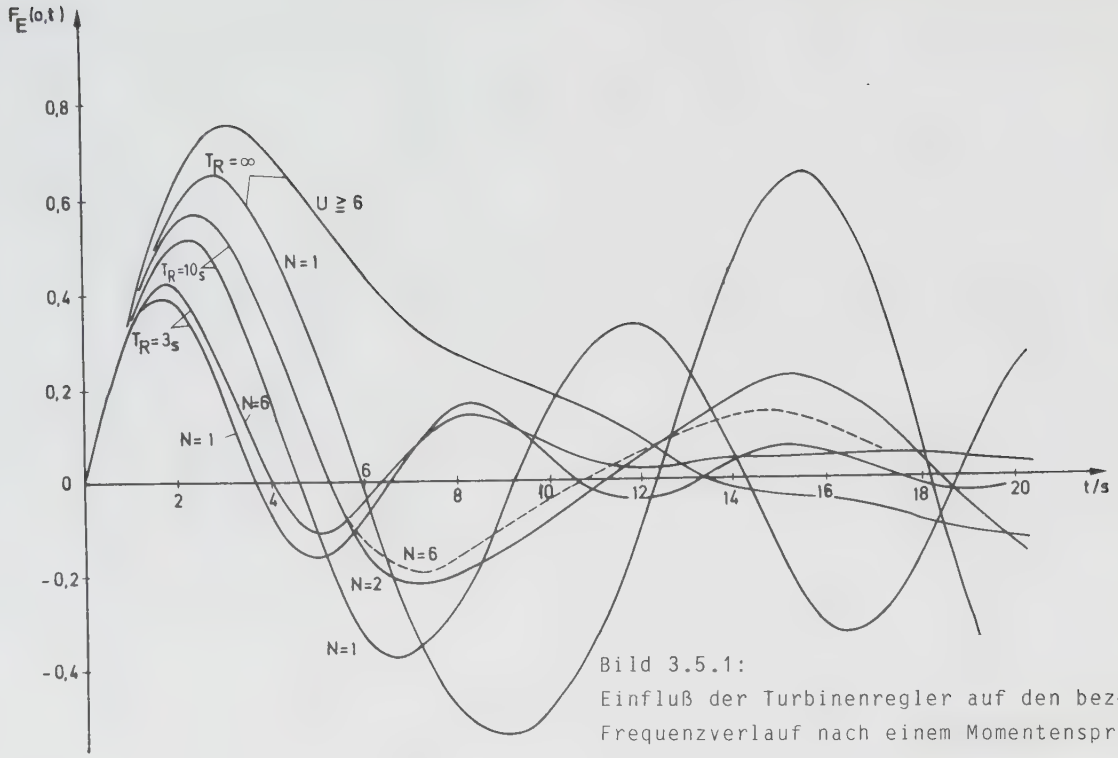


Bild 3.5.1:
Einfluß der Turbinenregler auf den bezogenen Frequenzverlauf nach einem Momentensprung $\Delta P/\omega_n$ im Zentrum eines regelmäßigen Netzes mit $k_E=0,12$, $q=2$, $\delta=0,05$ und frequenzstarrem Rand. $T_R=3,10,\infty$ s, $\omega_e=1s^{-1}$.

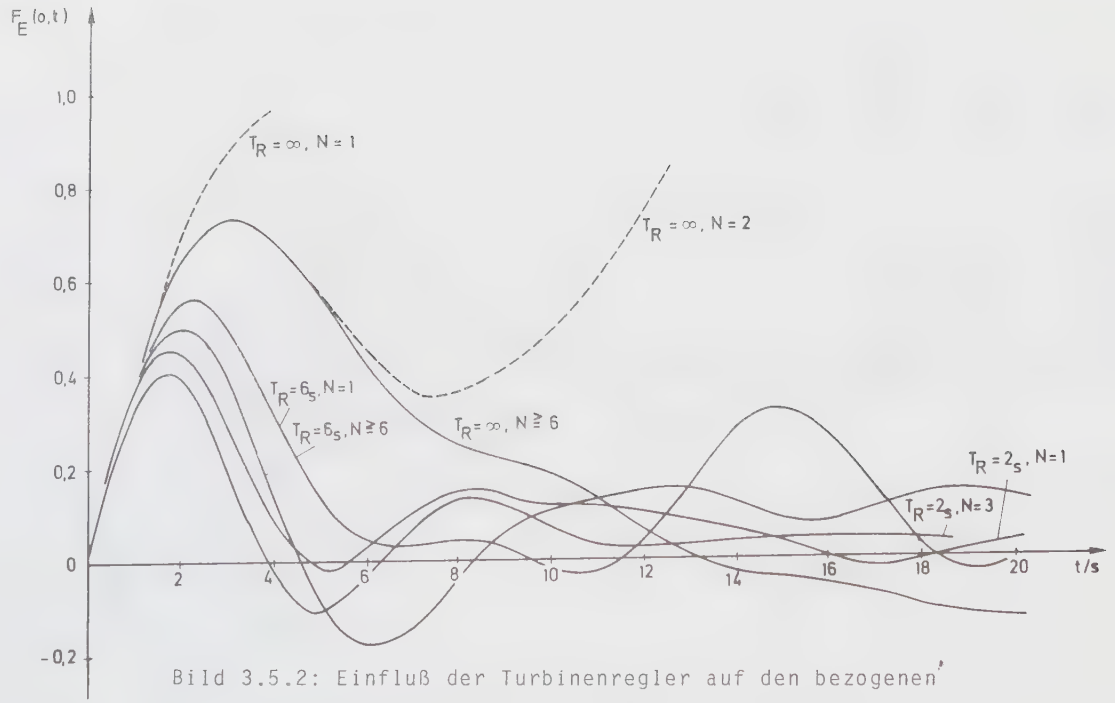


Bild 3.5.2: Einfluß der Turbinenregler auf den bezogenen Frequenzverlauf wie in Bild 3.5.1, jedoch mit leistungslosem Rand. $T_R = 2,6 \cdot \infty$ s, $\omega_e = 1\,s^{-1}$.

4. Berechnung der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge mit dem Besselleitungsmodell

4.1 Ersatz eines ausgedehnten Strahlennetzes durch eine äquivalente Besselleitung

Wenn die Anzahl der Betriebsmittel, die in je zwei benachbarten, durch Leitungen gleicher Länge Δl verbundenen Knoten unterschiedlichen Potentials angeschlossen sind, nach einer arithmetischen Reihe

$$1,\ 1+a,\ 1+2a\ \ldots,\ 1+Na$$

wächst, läßt sich das Netz durch Verteilung der konzentrierten Parameter in eine äquivalente Besselleitung transformieren. Bild 4.1.1 zeigt das Schaltbild einer Kettenleitung, bei der die Parameter nach einer arithmetischen Reihe wachsen. Dabei ist a das Verzweigungsverhältnis. In Bild 4.1.2a und b sind die gestuften Längsimpedanzen $Z_n/\Delta l$ und Queradmittanzen $Y_n/\Delta l$ durch die Beläge $Z'(x)=Z'_0/(1+\lambda x)$ und $Y'(x)=Y'_0(1+\lambda x)$ separat ausgeglichen dargestellt. nennt man das bezogene Verzweigungsverhältnis und berechnet es nach

$$\lambda = \frac{a}{\Delta l} \tag{4.1.1}$$

Im p-Bereich folgen der Längsimpedanzbelag $Z'(x,p)$ und der Queradmittanzbelag $Y'(x,p)$ den Beziehungen (2.6.4) und (2.6.5).

Setzt man die Anfangswerte $z'(0,p)$ und $Y'(0,p)$ in (2.6.6) ein, erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x,p)}{\partial x^2} + \frac{\lambda}{1+\lambda x}\cdot\frac{\partial u(x,p)}{\partial x} - Z'(0,p)Y'(0,p)u(x,p) = 0 \\ \frac{\partial^2 i(x,p)}{\partial x^2} - \frac{\lambda}{1+\lambda x}\cdot\frac{\partial i(x,p)}{\partial x} - Z'(0,p)Y'(0,p)i(x,p) = 0 \end{aligned} \tag{4.1.2}$$

4.2 Endliche Besselleitung

Substituiert man

$$\begin{aligned} \tau &= 1+\lambda x \\ \psi(\tau,p) &= u(x,p)/\tau \\ \varphi(\tau,p) &= i(x,p)/\tau \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

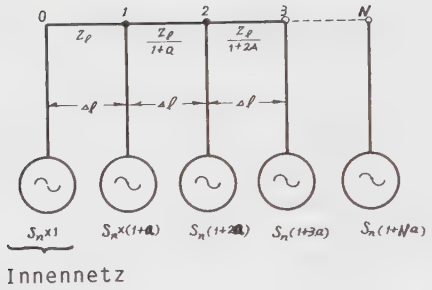


Bild 4.1.1: Kettenleitung mit nach einer arithmetischer Reihe wachsenden Parametern

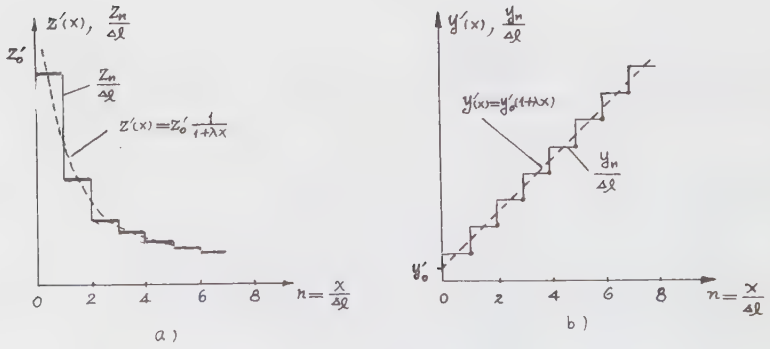


Bild 4.1.2: a und b: Impedanzbelag Z'(x) und Admittanzbelag Y'(x) für das Strahlennetz nach Bild 4.1.1 mit a=1.

so erhält man aus (4.1.2) die typischen Besselschen Differentialgleichungen

$$\tau^2 \frac{\partial^2 \psi(\tau,p)}{\partial \tau^2} + 3\tau \frac{\partial \psi(\tau,p)}{\partial \tau} + \left(1 - \frac{Z'(0,p)Y'(0,p)}{\lambda^2}\tau^2\right)\psi(\tau,p) = 0$$
$$\tau^2 \frac{\partial^2 \varphi(\tau,p)}{\partial \tau^2} + \tau \frac{\partial \varphi(\tau,p)}{\partial \tau} - \left(1 + \frac{Z'(0,p)Y'(0,p)}{\lambda^2}\tau^2\right)\varphi(\tau,p) = 0 \qquad (4.2.2)$$

Die Lösung von (4.2.2) läßt sich durch zwei unabhängige Zylinderfunktionen ausdrücken.

$$u(x,p) = A\,I_0(\nu(1+\lambda x)) + B\,K_0(\nu(1+\lambda x)) \qquad (4.2.3a)$$

$$i(x,p) = (1+\lambda x)\left\{C\,I_1(\nu(1+\lambda x)) + D\,K_1(\nu(1+\lambda x))\right\} \qquad (4.2.3b)$$

mit dem dimensionslosen Koeffizienten

$$\nu = \frac{Z'(0,p)Y'(0,p)}{\lambda} \qquad (4.2.4)$$

I_0, I_1, K_0, K_1 sind die modifizierten Besselschen Funktionen .- oder 1.-Ordnung, A,B,C,D sind die Integrationskonstanten, von denen zwei durch (4.2.3) und zwei durch die Randbedingungen bestimmt werden. Differenziert man die Gleichung (4.2.3a), folgt dann daraus

$$\frac{\partial u(x,p)}{\partial x} = A\lambda\nu \frac{\partial I_0(\nu(1+\lambda x))}{\partial x} + B\lambda\nu \frac{\partial K_0(\nu(1+\lambda x))}{\partial x} \qquad (4.2.5)$$

Für die modifizierte Besselsche Funktion gilt

$$\frac{\partial I_0(x,p)}{\partial x} = I_1(x,p)$$
$$\frac{\partial K_0(x,p)}{\partial x} = -K_1(x,p) \qquad (4.2.6)$$

Berücksichtigt man noch

$$-\frac{\partial u(x,p)}{\partial x} = \frac{Z'(0,p)}{1+\lambda x} \cdot i(x,p) \qquad (4.2.7)$$

so erhält man zwei Beziehungen zwischen den Integrationskonstanten A,B,C,D:

$$\frac{A}{C} = \sqrt{\frac{Z'(0,p)}{Y'(0,p)}}$$
$$\frac{B}{D} = \sqrt{\frac{Z'(0,p)}{Y'(0,p)}} \qquad (4.2.8)$$

Aus der Differenzierung von (4.2.3b) und der Gleichung

$$-\frac{\partial i(x,p)}{\partial x} = Y'(0,p)(1+\lambda x)\,u(x,p) \qquad (4.2.9)$$

folgt auch Beziehung (4.2.8)
Durch Einsetzen von (4.2.8) ergibt sich

$$\begin{bmatrix} u(x,p) \\ \\ i(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0(\gamma(1+\lambda x)) & K_0(\gamma(1+\lambda x)) \\ \\ -\frac{1+\lambda x}{\Gamma_B} I_1(\gamma(1+\lambda x)) & \frac{1+\lambda x}{\Gamma_B} K_1(\gamma(1+\lambda x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ \\ B \end{bmatrix} \qquad (4.2.10)$$

mit

$$\Gamma_B = \sqrt{\frac{Z'(0,p)}{Y'(0,p)}} \qquad (4.2.11)$$

Am Leitungsende x = l ist

$$\begin{bmatrix} u(l,p) \\ \\ i(l,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0(\gamma(1+\lambda l)) & K_0(\gamma(1+\lambda l)) \\ \\ -\frac{1+\lambda l}{\Gamma_B} I_1(\gamma(1+\lambda l)) & \frac{1+\lambda l}{\Gamma_B} K_1(\gamma(1+\lambda l)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ \\ B \end{bmatrix} \qquad (4.2.12)$$

Setzt man die folgenden Abkürzungen

$$I_{0,\ell} = I_0(\nu(1+\lambda l)), \tag{4.2.13a}$$

$$K_{0,\ell} = K_0(\nu(1+\lambda l)), \tag{4.2.13b}$$

$$I_{1,\ell} = I_1(\nu(1+\lambda l)), \tag{4.2.13c}$$

$$K_{1,\ell} = K_1(\nu(1+\lambda l)) \tag{4.2.13d}$$

in die (4.2.12) ein, dann wird

$$\begin{bmatrix} u(\ell,p) \\ i(\ell,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{0,\ell} & K_{0,\ell} \\ -\frac{1+\lambda\ell}{\Gamma_B} I_{1,\ell} & \frac{1+\lambda\ell}{\Gamma_B} K_{1,\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \tag{4.2.14}$$

Durch Matrix-Inversion erhält man

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{0,\ell} & K_{0,\ell} \\ -\frac{1+\lambda\ell}{\Gamma_B} I_{1,\ell} & \frac{1+\lambda\ell}{\Gamma_B} K_{1,\ell} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(\ell,p) \\ i(\ell,p) \end{bmatrix} \tag{4.2.15}$$

Zur Berechnung des Verhaltens des Besselleitungsmodells ist es zweckmäßig, zwei einfache Fälle u(l,p) = 0 und i(l,p)=0 genauer zu untersuchen.

4.2.1 Frequenzstarrer Netzrand

Für den Fall $u_\ell = 0$, also frequenzstarrem Netzrand, erhält man aus (4.2.15) die Konstanten

$$\begin{aligned} A &= -k_{\lambda,\kappa}\,\Gamma_B\,K_{0,\ell}\,i(\ell,p) \\ B &= k_{\lambda,\kappa}\,\Gamma_B\,I_{0,\ell}\,i(\ell,p) \\ \text{wobei } k_{\lambda,\kappa} &= \frac{1}{(1+2\ell)(I_{0,\ell}K_{1,\ell}+K_{0,\ell}I_{1,\ell})} \end{aligned} \tag{4.2.16}$$

Setzt man A und B in (4.2.10) ein, ergibt sich für den Leitungsanfang x = 0

$$\begin{aligned} u(0,p) &= k_{\lambda,\kappa}\,\Gamma_B\,[I_{0,\ell}K_0(\gamma) - K_{0,\ell}I_0(\gamma)]\,i(\ell,p) \\ i(0,p) &= k_{\lambda,\kappa}\,[I_{0,\ell}K_1(\gamma) + K_{0,\ell}I_1(\gamma)]\,i(\ell,p) \end{aligned} \tag{4.2.17}$$

Die Eingangsimpedanz der Besselleitung ist

$$Z_B(0,p) = \frac{u(0,p)}{i(0,p)} = \frac{I_{0,\ell}K_0(\gamma) - K_{0,\ell}I_0(\gamma)}{I_{0,\ell}K_1(\gamma) + K_{0,\ell}I_1(\gamma)}\,\Gamma_B \tag{4.2.18}$$

Für einen eingeprägten Momentenstoß $\frac{I}{p}$ am Leitungsanfang ist danach

$$u^*(0,p) = \frac{I}{p}Z_B(0,p) = \frac{I}{p}\,\frac{I_{0,\ell}K_0(\gamma) - K_{0,\ell}I_0(\gamma)}{I_{0,\ell}K_1(\gamma) + K_{0,\ell}I_1(\gamma)}\,\Gamma_B \tag{4.2.19}$$

Gemäß der Analogiebeziehung in Tabelle 2.3.1 wird die entsprechende Frequenzänderung am Leitungsanfang x=0 einschließlich des Dirac-Impulses

$$\Delta f_B^*(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\,\frac{\Gamma_B}{p}\,\frac{I_{0,\ell}K_0(\gamma) - K_{0,\ell}I_0(\gamma)}{I_{0,\ell}K_1(\gamma) + K_{0,\ell}I_1(\gamma)} \tag{4.2.20}$$

Für den Fall ohne Primärregler sind dabei

$$\gamma = \frac{\sqrt{Z'(0,p)Y'(0,p)}}{\lambda} = \frac{1}{k_B\sqrt{1+\frac{\omega_\xi^2}{p^2}}} \tag{4.2.21}$$

und

$$\Gamma_B = \frac{Z'(0,p)}{Y'(0,p)} = \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\,\frac{p}{\omega_e}\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}} \qquad (4.2.22)$$

Die elektromechanische Eigenfrequenz der Besselleitung ist gleich der Eigenfrequenz der Exponentialleitung nach (3.2.16):

$$\omega_e = \sqrt{\frac{H'_0}{C'_0}} = \sqrt{\frac{H_i}{C_i}}\,, \qquad i = 1,2\ldots n. \qquad (4.2.23)$$

Der Verzweigungsgrad bei der Besselleitung

$$k_B = \frac{\lambda}{\sqrt{H'_0 L'_0}} = \frac{a/\Delta l}{\sqrt{H'_0 L'_0}} = \frac{a}{\sqrt{H_0 L_0}} \qquad (4.2.24)$$

ist so groß wie das mit der Längenkonstante $1/\sqrt{H'_0(p)L'_0(p)}$ multiplizierte, bezogene Verzweigungsverhältnis $\lambda = a/\Delta l$ und unterschiedlich zum Verzweigungsgrad k_E der Exponentialleitung nach (3.2.17).

Zieht man den Einfluß eines Dirac-Impulses von (4.2.20) ab und setzt man die Verhältnisse in (4.2.23) und (4.2.24) ein, so erhält man

$$\Delta f_B(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}}\,\frac{1}{\omega_e}\left[\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\,\frac{I_{0,1}K_0(\gamma)-K_{0,1}I_0(\gamma)}{I_{0,1}K_1(\gamma)+K_{0,1}I_1(\gamma)} - \frac{I_0(\frac{1+aN}{k_B})K_0(\frac{1}{k_B})-K_0(\frac{1+aN}{k_B})I_0(\frac{1}{k_B})}{I_0(\frac{1+aN}{k_B})K_1(\frac{1}{k_B})+K_0(\frac{1+aN}{k_B})I_1(\frac{1}{k_B})}\right] \qquad (4.2.25)$$

mit der bezogenen Netzausdehnung $N = l/\Delta l$.
Bild 4.2.1 zeigt die bezogene Frequenzabweichung $F_B(0,t)$ in der Besselleitung ohne Primärregler.

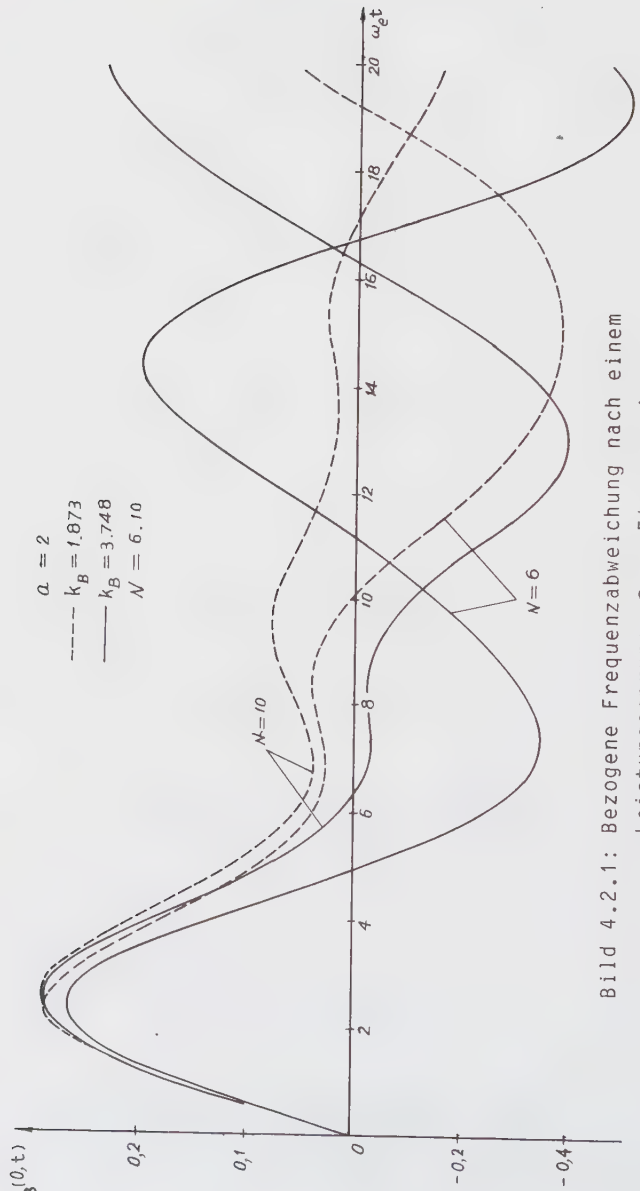


Bild 4.2.1: Bezogene Frequenzabweichung nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer Besselleitung mit frequenzstarrem Rand, ohne die Wirkung des Primärreglers.

4.2.2 . Leitungsloser Netzrand

Für den Fall $i_1 = 0$, also leistungslosem Netzrand, erhält man aus (4.2.15)

$$A = \frac{K_{1,\ell}}{I_{0,\ell} K_{1,\ell} + K_{0,\ell} I_{1,\ell}} \; U(\ell, p)$$

$$B = \frac{I_{1,\ell}}{I_{0,\ell} K_{1,\ell} + K_{0,\ell} I_{1,\ell}} \; U(\ell, p) \qquad (4.2.26)$$

Die Eingangsimpedanz einer solchen Besselleitung ist

$$Z_B(0,p) = \frac{u(0,p)}{i(0,p)} = \frac{I_0(\nu) K_{1,\ell} + K_0(\nu) I_{1,\ell}}{I_{1,\ell} K_1(\nu) - K_{1,\ell} I_1(\nu)} \Gamma_B \qquad (4.2.27)$$

Für die Wirkung eines eingeprägten Momentenstoßes $\frac{I}{p}$ am Leitungsanfang gilt

$$u^*(0,p) = \frac{I}{p} Z_B(0,p) = \frac{I}{p} \Gamma_B \frac{I_0(\nu) K_{1,\ell} + K_0(\nu) I_{1,\ell}}{I_{1,\ell} K_1(\nu) - K_{1,\ell} I_1(\nu)} \; . \qquad (4.2.28)$$

ν und Γ_B ohne Primärregler sind die selben wie in Gl. (4.2.21) und (4.2.22). Zieht man den Einfluß eines Dirac-Impulses ab, erhält man die Freqeunzänderung am Laplace-Bereich ohne Primärregler

$$\Delta f_B(0,p) = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \frac{1}{\omega_e} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\omega_e^2}{p^2}} \frac{I_0(\nu) K_{1,\ell} + K_0(\nu) I_{1,\ell}}{I_{1,\ell} K_1(\nu) - K_{1,\ell} I_1(\nu)} - \frac{I_0(\frac{1}{k_B}) K_1(\frac{1+a\nu}{k_B}) + K_0(\frac{1}{k_B}) I_1(\frac{1+a\nu}{k_B})}{I_1(\frac{1+a\nu}{k_B}) K_1(\frac{1}{k_B}) - K_1(\frac{1+a\nu}{k_B}) I_1(\frac{1}{k_B})} \right\}$$

(4.2.29)

Bild 4.2.2 zeigt die bezogene Freqeunzabweichung in der Besselleitung ohne Primärregler.

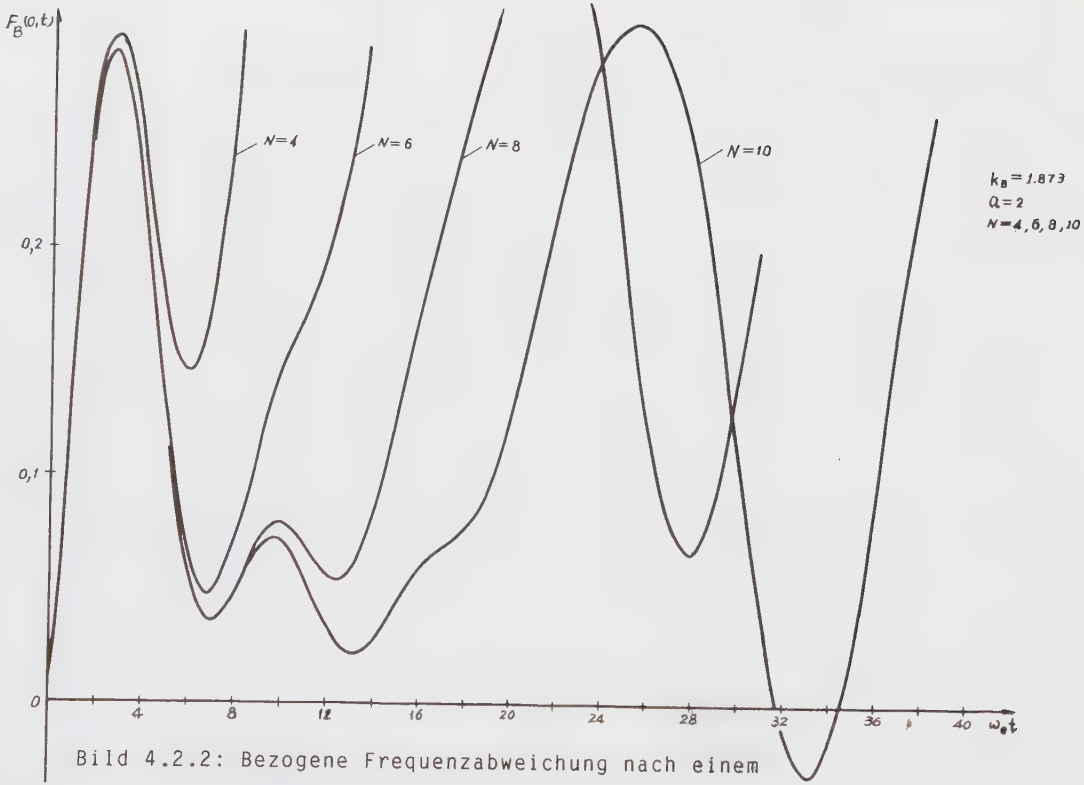


Bild 4.2.2: Bezogene Frequenzabweichung nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer Besselleitung mit leitungslosem Rand, ohne die Wirkung des Primärreglers.

4.2.3 Ausbreitung der Vorgänge auf der Besselleitung

Wenn u(0,p) und i(0,p), nämlich die Frequenzänderung und der eingeprägte Momentensprung am Ort x=0 bekannt sind, erhält man aus (4.2.10)

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0(\gamma) & K_0(\gamma) \\ -\frac{1}{\Gamma_B} I_1(\gamma) & \frac{1}{\Gamma_B} K_1(\gamma) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(0,p) \\ i(0,p) \end{bmatrix} \tag{4.2.30}$$

Die allgemeine Lösung für einen beliebigen Beobachtungsort auf der Besselleitung ist dann

$$\begin{bmatrix} u(x,p) \\ i(x,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0(\gamma(1+\lambda x)) & K_0(\gamma(1+\lambda x)) \\ -\frac{1+\lambda x}{\Gamma_B} I_1(\gamma(1+\lambda x)) & \frac{1+\lambda x}{\Gamma_B} K_1(\gamma(1+\lambda x)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0(\gamma) & K_0(\gamma) \\ -\frac{I_1(\gamma)}{\Gamma_B} & \frac{K_1(\gamma)}{\Gamma_B} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u(0,p) \\ i(0,p) \end{bmatrix} \tag{4.2.31}$$

Wenn die Besselleitung mit einem frequenzstarren Netzrand abgeschlossen ist, folgt mit u(l,p)=0

$$u(x,p) = u(0,p)\left\{ \frac{I_{0,x}K_1(\gamma)+K_{0,x}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)} - \frac{I_{0,\ell}K_1(\gamma)+K_{0,\ell}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)} \cdot \frac{I_0(\gamma)K_{0,x}-K_0(\gamma)I_{0,x}}{I_0(\gamma)K_{0,\ell}-K_0(\gamma)I_{0,\ell}} \right\} \tag{4.2.32}$$

und die gesuchte Frequenzänderung am beliebigen Beobachtungsort x

$$\Delta f_B^*(x,p) = \Delta f_B^*(0,p)\left\{ \frac{I_{0,x}K_1(\gamma)+K_{0,x}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)} - \frac{I_{0,\ell}K_1(\gamma)+K_{0,\ell}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)} \cdot \frac{I_0(\gamma)K_{0,x}-K_0(\gamma)I_{0,x}}{I_0(\gamma)K_{0,\ell}-K_0(\gamma)I_{0,\ell}} \right\} \tag{4.2.33}$$

mit den Abkürzungen nach (4.2.12) sowie

$$I_{0,x} = I_0(\gamma(1+\lambda x)) \tag{4.2.34 a}$$

$$K_{0,x} = K_0(\gamma(1+\lambda x)). \tag{4.2.34 b}$$

Für den Beobachtungsort x = l wird

$$\frac{I_0(\gamma)K_{0,x}-K_0(\gamma)I_{0,x}}{I_0(\gamma)K_{0,\ell}-K_0(\gamma)I_{0,\ell}}=1$$

und naturgemäß

$$\Delta f_B^*(x,p)=\Delta f_B^*(\ell,p)=0\ .$$

Für die Besselleitung mit einem leistungslosen Netzrand, i(l,p) = 0 gilt

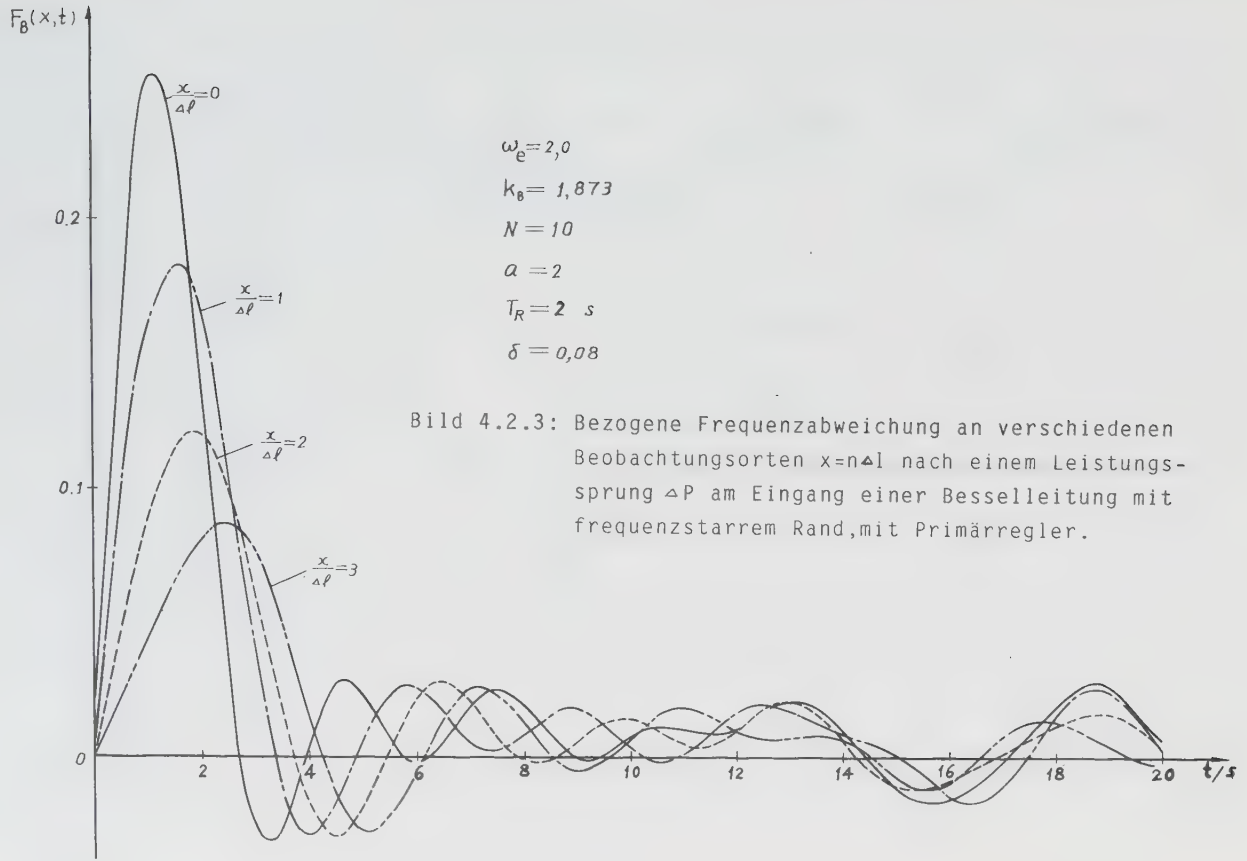
$$u(x,p)=u(0,p)\left\{\frac{I_{0,x}K_1(\gamma)+K_{0,x}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)}-\frac{I_{1,\ell}K_1(\gamma)-K_{1,\ell}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)}\cdot\frac{I_{0,x}K_0(\gamma)-K_{0,x}I_0(\gamma)}{I_0(\gamma)K_{1,\ell}+K_0(\gamma)I_{1,\ell}}\right\} \tag{4.2.35}$$

Die gesuchte Frequenzänderung am Beobachtungsort x ist

$$\Delta f_B^*(x,p)=\Delta f_B^*(0,p)\left\{\frac{I_{0,x}K_1(\gamma)+K_{0,x}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)}-\frac{I_{1,\ell}K_1(\gamma)-K_{1,\ell}I_1(\gamma)}{I_0(\gamma)K_1(\gamma)+K_0(\gamma)I_1(\gamma)}\cdot\frac{I_{0,x}K_0(\gamma)-K_{0,x}I_0(\gamma)}{I_0(\gamma)K_{1,\ell}+K_0(\gamma)I_{1,\ell}}\right\} \tag{4.2.36}$$

Zieht man den Einfluß des Dirac-Impulses ab und dividiert durch den Maßstabsfaktor, so erhält man die bezogenen Frequenzabweichungen $F_B(X,t)$, die in den Bildern 4.2.3 und 4.2.4 für unterschiedliche Netzränder gezeigt sind.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Frequenzänderungen in ausgedehnten Verbundnetzen ist von ganz anderer Art als die Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen auf homogenen unendlich langen Leitungen. Es ist sogar fraglich, ob man bei den Frequenzänderungen von einer Ausbreitungsgeschwindigkeit sprechen darf: Die Bilder 4.2.3 und 4.2.4 lassen ebenso wie die früheren Bilder 2.5.2, 3.2.5 und 3.2.6 erkennen, daß die Zeitdifferenzen zwischen dem Auftreten des ersten Maximums an unterschiedlichen Orten stark von den Zeitdifferenzen bei



$\omega_e = 2{,}0$

$k_B = 1{,}873$

$N = 10$

$a = 2$

$T_R = 2\ s$

$\delta = 0{,}08$

Bild 4.2.3: Bezogene Frequenzabweichung an verschiedenen Beobachtungsorten x=nΔl nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer Besselleitung mit frequenzstarrem Rand,mit Primärregler.

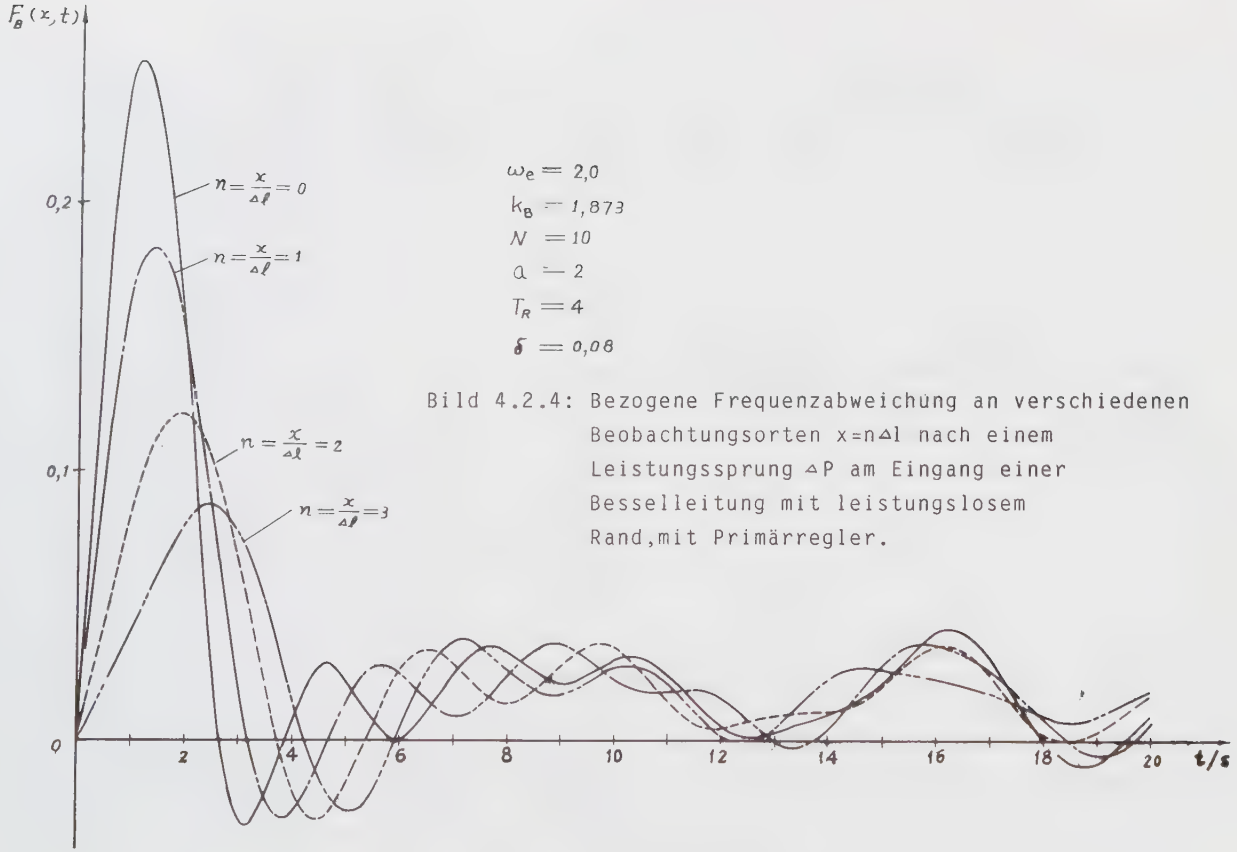


Bild 4.2.4: Bezogene Frequenzabweichung an verschiedenen Beobachtungsorten x=nΔl nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer Besselleitung mit leistungslosem Rand, mit Primärregler.

den folgenden Minima und Maxima differieren. Der Dirac-Impuls ist an allen Orten gleichzeitig zu beobachten und beeinflußt auch die in Netzen ausgeführten Messungen. Nach /73/ lag die gemessene Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromechanischen Störung bei etwa 312 km/s. Neuere Messungen /63/ bei der Abschaltung des Kernkraftwerks Isar am 13.04.1978 im Bayernwerk nach Bild 4.2.5 zeigen eine größere Ausbreitungsgeschwindigkeit des ersten Maximums: Es trat am zweiten Beobachtungsort x = 210 km nur 0,165s später auf als am ersten Beobachtungsort x = 60 km, was einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von ungefähr 900 km/s entspricht.

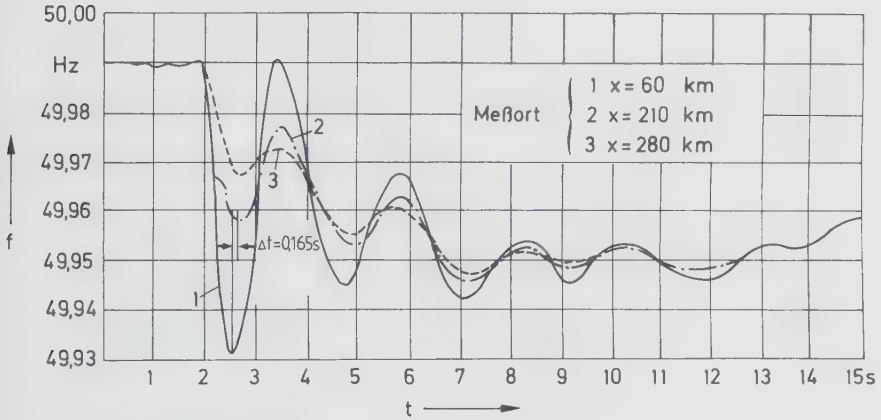
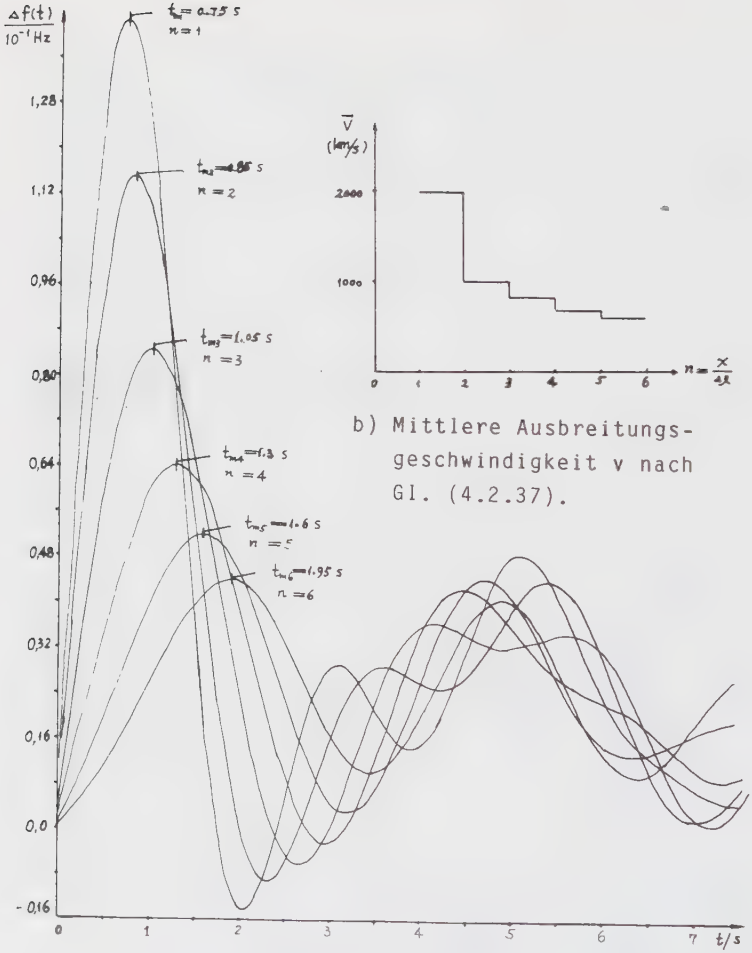


Bild 4.2.5: Frequenzverläufe im UCPTE-Netz bei Abschaltung des Kernkraftwerks Isar am 13.4.78 /63/

Die in den vorangehenden Abschnitten berechneten Frequenzabweichungen $\Delta f(x,p)$ erlauben erstmals analytisch fundierte Aussagen über die mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit $\bar{v}$ ihres ersten Maximums.

Im allgemeinen hängt $\bar{v}$ stark von der Verzweigungszahl ab. Je kleiner die Verzeigungszahl q der Exponentialleitung oder das Verzweigungsverhältnis a der Besselleitung ist, desto größer ist $\bar{v}$. Bei der homogenen, unendlich langen Leitung



b) Mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit v nach Gl. (4.2.37).

a) Frequenzabweichungen am unterschiedlichen Beobachtungsorten.

Bild 4.2.6: Bestimmung der mittleren Ausbreitungsgeschwindigkeit der Frequenzänderung auf einer Besselleitung, $k_B=4$, $T_R=1s$, $\omega_e=3s^{-1}$, $\delta=0,08$, $\Delta l=200$ km, $a=3$.

ist $\bar{v}$ unbegrenzt groß. Außerdem wächst $\bar{v}$ mit der Eigenfrequenz ω_e und sinkt in verzweigten Netzen mit Δl, wie dies Bild 4.2.6 zeigt. Dabei ist

$$\bar{v} = \frac{l}{t_{m(n+1)} - t_{m(n)}} \qquad (4.2.37)$$

Bei üblichen Verzweigungsgraden liegt die so bestimmte, mittlere Ausbreitungsgeschwindigkeit bei etwa 300 km/s bis 2000 km/s.

4.3 Unendliche Besselleitung

Die Besselschen Funktionen zweiter Art I_0, I_1 und K_0, K_1 besitzen die Verläufe nach Bild 4.3.1.

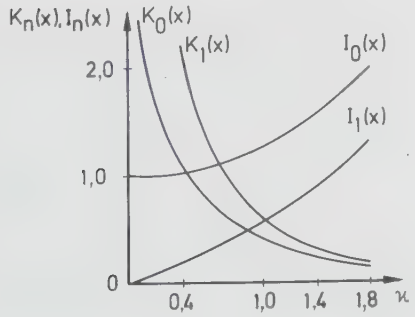


Bild 4.3.1: Charaktristik der modifizierten Besselschen Funktionen $I_0(x), I_1(x)$ und $K_0(x), K_1(x)$.

In der unendlichen Besselleitung, nämlich für $N \to \infty$, sind

$$K_{0,l} = K_0(\gamma(1+aN)) = K_0(\infty) = 0,$$

$$K_{1,l} = K_1(\gamma(1+aN)) = K_1(\infty) = 0,$$

$$K_0\left(\frac{1+aN}{k_B}\right) = k_0(\infty) = 0,$$

$$K_1\left(\frac{1+aN}{k_B}\right) = K_1(\infty) = 0.$$

Setzt man die obigen Grenzwerte in (4.2.25) bei frequenzstarrem Netzrand oder in (4.2.29) bei leistungslosem Netzrand ein, erhält man das gleiche Verhalten

$$\Delta f_B(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\cdot\frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\cdot\frac{K_0(\nu)}{K_1(\nu)}-\frac{K_0(\frac{1}{k_B})}{K_1(\frac{1}{k_B})}\right\} \tag{4.3.1}$$

mit der nach (4.2.21) bestimmten, dimensionslosen Größe ν.

Zur Darstellung der Frequenzabweichung auf einer unbegrenzten Besselleitung benötigt man nur 2 Parameter, ω_e und k_B. Wenn das Verzweigungsverhältnis a = 0 ist, dann werden

$$k_B = \frac{\lambda}{\sqrt{H_0'L_0'}} = \frac{1}{\sqrt{H_0'L_0'}}\frac{a}{\Delta\ell} = 0\ ,$$

$$\nu = \frac{1}{k_B\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}} \to \infty\ .$$

Berücksichtigt man die Grenzübergänge

$$\lim_{\nu\to\infty}\frac{K_0(\nu)}{K_1(\nu)} = \lim_{k_B\to 0}\frac{K_0(\frac{1}{k_B})}{K_1(\frac{1}{k_B})} = 1 \tag{4.3.2}$$

kann man leicht erkennen, daß (4.3.1) in (2.5.18) für die unendliche,homogene Leitung übergeht.

4.4 Näherungsformeln für die unendliche Besselleitung

Die bezogenen Frequenzverläufe $F_B(0,t)$ auf der unendlichen Besselleitung mit unterschiedlichem Verzweigungsgrad k_B sind in Bild 4.4.1 dargestellt. Die Funktionsmaxima F_m darus sind im Bild 4.4.2 über k_B aufgetragen.

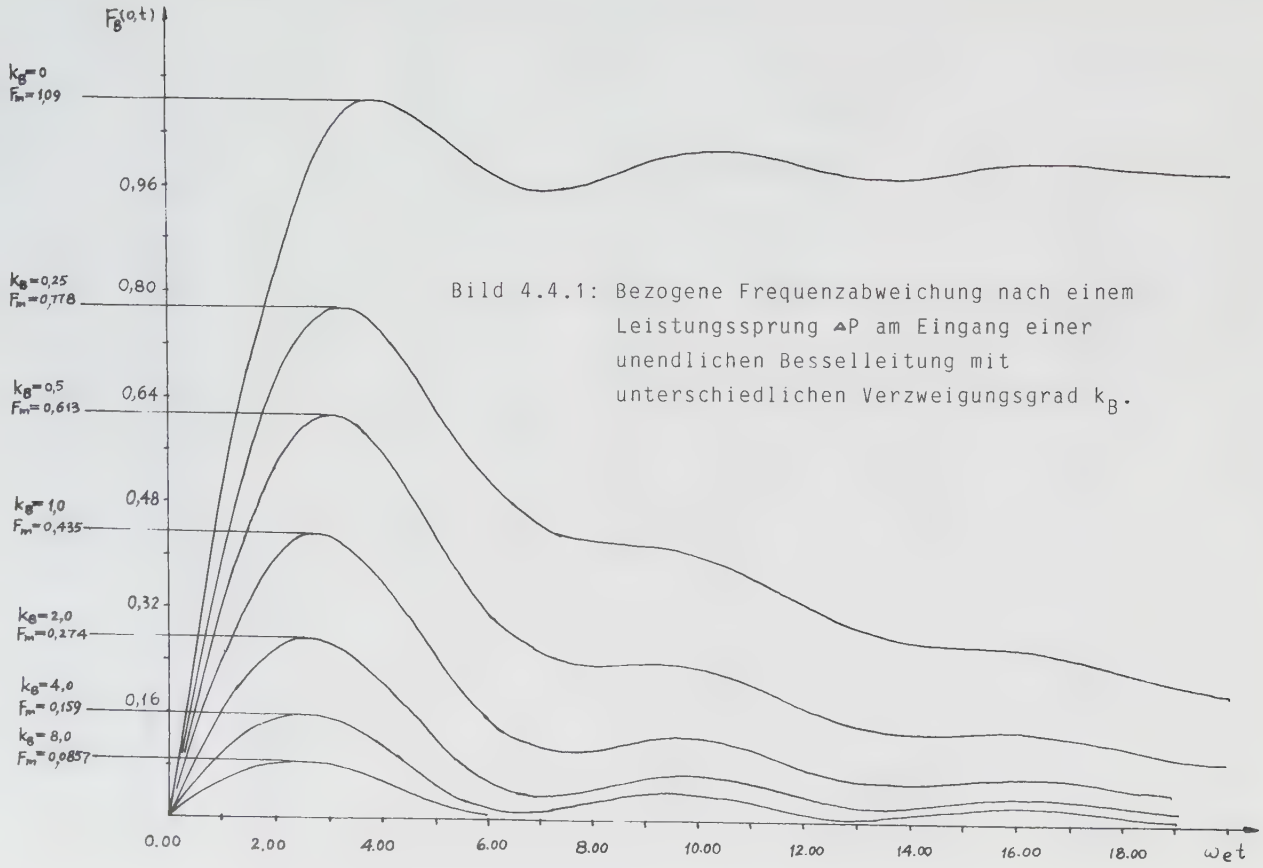


Bild 4.4.1: Bezogene Frequenzabweichung nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer unendlichen Besselleitung mit unterschiedlichen Verzweigungsgrad k_B.

Die bezogene Frequenzabweichung ohne Berücksichtigung der Primärregler ist

$$F_B(0,p) = \frac{2\pi\omega_n}{\Delta p}\sqrt{\frac{C_0'}{L_0'}}\,\Delta f_B(0,p) = \frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{\omega_e^2}{p^2}}\,\frac{K_0(\gamma)}{K_1(\gamma)} - \frac{K_0(\frac{1}{k_B})}{K_1(\frac{1}{k_B})}\right\} \qquad (4.4.1)$$

Mit dem Grenzwertsätzen erhält man daraus

Anfangswert $t = 0$: $F_B(0,t) = 0$; (4.4.2)

Endwert $t \to \infty$: $F_B(0,t) = 0$; (4.4.3)

Anfangssteigung $t = 0$: $\dot{F}_{B,0} = \frac{d}{dt} F_B(0,t) = \frac{\omega_e}{2k_B}\,\frac{K_1^2(\frac{1}{k_B}) - K_0^2(\frac{1}{k_B})}{K_1^2(\frac{1}{k_B})}$ (4.4.4)

Das erste Maximum wird näherungsweise beschrieben durch das Polynom

$$F_{B.max}(k_B)\Big|_{t=t_m} = 1{,}087 - 1{,}5k_B + 1{,}336k_B^2 - 0{,}951k_B^3 + 0{,}112k_B^4 - 0{,}007k_B^5 \qquad (4.4.5a)$$

oder durch die Exponentialfunktionen

$$F_{B.max}(k_B)\Big|_{t=t_m} = \begin{cases} 1{,}09\,e^{-0{,}939\,k_B} & \text{für } 0 \leq k_B \leq 1{,}0 \\ 0{,}559\,e^{-0{,}322\,k_B} & \text{für } k_B > 1{,}0 \end{cases} \qquad (4.4.5b)$$

und

$$t_{B.m} = \begin{cases} \frac{4}{\omega_e}(0{,}6 + 0{,}4\,e^{-1{,}97\,k_B}) & \text{für } 0 \leq k_B \leq 0{,}5 \\ \frac{4}{\omega_e}(0{,}6 + 0{,}212\,e^{-0{,}727\,k_B}) & \text{für } k_B > 0{,}5 \end{cases} \qquad (4.4.6)$$

Als analytische Näherung der bezogenen Frequenabweichung $F_B(0,t)$ kann man mit der Abkürzung $\tau = \omega_e t$ angeben:

$$F_B(0,t) = \frac{\tau}{A\tau^2 + B\tau + C} \qquad (4.4.7)$$

wobei

$$C = 2\, k_B \frac{K_1^2(\frac{1}{k_B})}{K_1^2(\frac{1}{k_B}) - K_0^2(\frac{1}{k_B})} \qquad (4.4.8)$$

$$A = \begin{cases} \frac{C}{\tau_m^2} & \text{für} \quad \tau \leqq \tau_m + \omega_e \times 0{,}5\,s \\ \frac{C}{\tau_m^2}\,\tau^{0{,}3\,k_B} & \tau > \tau_m + \omega_e \times 0{,}5\,s \end{cases} \qquad (4.4.9)$$

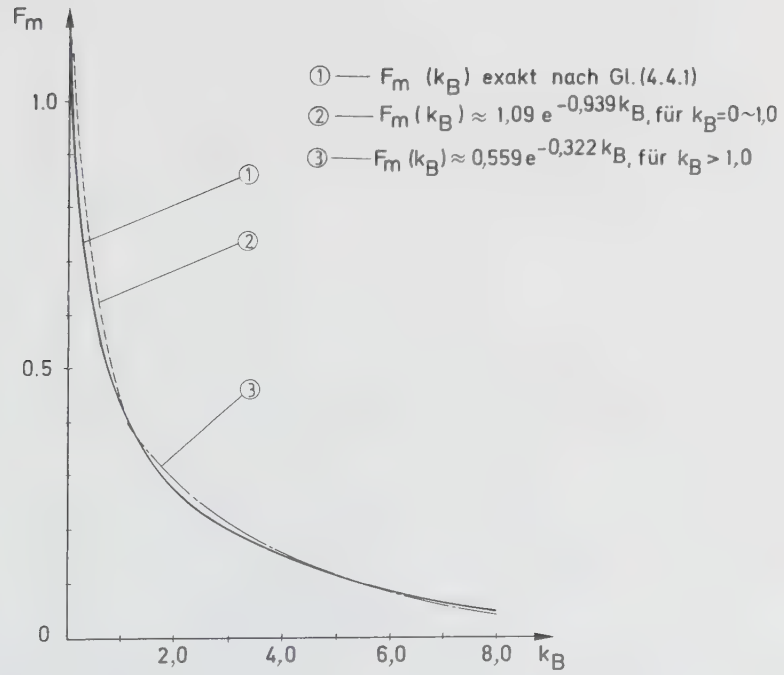


Bild 4.4.2: Funktionsmaxima $F_m(k_B)$ aus Bild 4.4.1 und ihre Näherung nach Gl.(4.4.5).

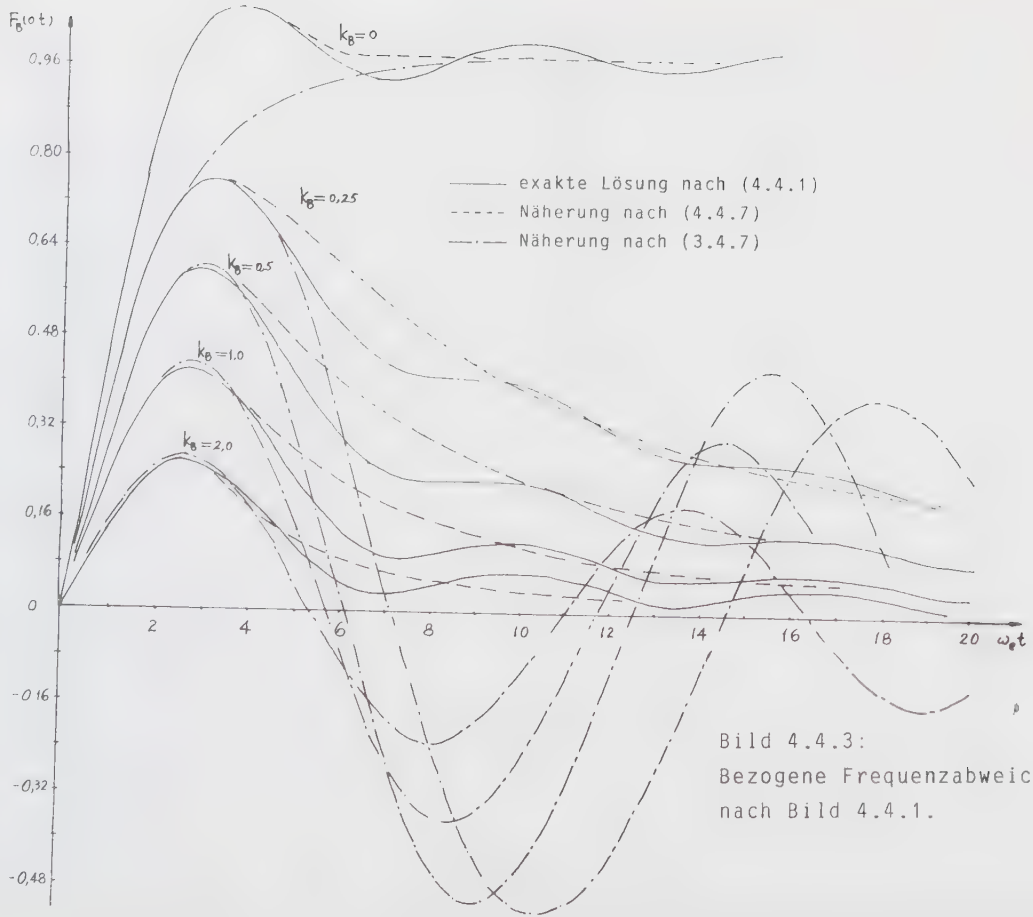


Bild 4.4.3:
Bezogene Frequenzabweichung
nach Bild 4.4.1.

$$B = \frac{1}{F_{B.max}} - \frac{C}{\tau_m} - A\,\tau_m \qquad (4.4.10)$$

Für $k_B = 0$ und $\tau > 6$ gilt $F_B(0,t) \simeq 1{,}0$. In Bild 4.4.3 sind die Näherungskurven neben den exakten Lösungskurven zusammengestellt. Der Ersatz-Parallelschwingkreis in Bild 3.4.2 und die entsprechenden Beziehungen (3.4.8), (3.4.10)...(3.4.14) gelten auch für die Näherungsberechnung der bezogenen Frequenzabweichung $F_B(0,t)$. Dazu braucht man nur statt der Größe $\dot{F}_{E.0}, F_{E.m}$ und $t_{E.m}$ die entsprechende mit "B" bezifferte einzusetzen. Die neuen, auch in Bild (4.4.3) gezeigten Näherungen sind für die gegebenen Fälle schwingend. Sowohl diese gut mit den exakten Lösungen übereinstimmenden Näherungen für unendliche Besselleitungen wie auch die vorhergehenden Näherungen für unendliche Exponentialleitungen nach Bild 3.4.1 dürfen als erste analytische Lösungen der Δp-Δf-Vorgänge in ausgedehnten Netzen angesehen werden, die ohne Iterationen auskommen.

4.5 Einfluß der Primärregler

Wenn jeder Generator in dem Strahlennetz mit einem gleichen Primärregler wie in Bild 2.3.3 ausgerüstet ist, wird

$$\nu = \frac{1}{k_B} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{p\omega_e^2 + \frac{1}{T_R}\omega_e^2}{p^3 + \frac{1}{T_R}p^2 + \frac{\cos\varphi_n}{T_R T_{ad}}p}}} \qquad (4.5.1)$$

Setzt man die den Einfluß der Primärregler berücksichtigenden Größen ν und Γ_B in (4.2.20) und (4.2.29) ein, so erhält man die entsprechenden Frequenzänderungen am Ort x=0 mit frequenzstarrem Rand:

$$\Delta f_B(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\,\frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{p\omega_e^2-\frac{1}{T_R}\omega_e^2}{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta}p}\cdot\frac{I_{0,1}K_0(\gamma)-K_{0,1}I_0(\gamma)}{I_{0,1}K_1(\gamma)+K_{0,1}I_1(\gamma)}}-\right.$$

$$\left.-\frac{I_0(\frac{1}{k_B})K_1(\frac{1+aN}{k_B})+K_0(\frac{1}{k_B})I_1(\frac{1+aN}{k_B})}{I_0(\frac{1+aN}{k_B})K_1(\frac{1}{k_B})+K_0(\frac{1+aN}{k_B})I_1(\frac{1}{k_B})}\right\} \qquad (4.5.2)$$

und mit leistungslosem Rand:

$$\Delta f_B(0,p) = \frac{\Delta p}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L_0'}{C_0'}}\,\frac{1}{\omega_e}\left\{\sqrt{1+\frac{p\omega_e^2+\frac{1}{T_R}\omega_e^2}{p^3+\frac{1}{T_R}p^2+\frac{\cos\varphi_n}{T_R T_a \delta}p}\cdot\frac{I_0(\gamma)K_{1,1}+K_0(\gamma)I_{1,1}}{I_{1,1}K_1(\gamma)-K_{1,1}I_1(\gamma)}}-\right.$$

$$\left.-\frac{I_0(\frac{1}{k_B})K_1(\frac{1+aN}{k_B})+K_0(\frac{1}{k_B})I_1(\frac{1+aN}{k_B})}{I_1(\frac{1+aN}{k_B})K_1(\frac{1}{k_B})-K_1(\frac{1+aN}{k_B})I_1(\frac{1}{k_B})}\right\} \qquad (4.5.3)$$

Die Bilder 4.5.1 und 4.5.2 zeigen den bezogenen Frequenzverlauf mit einem Primärregler. Dabei ist

$$F_B(0,t) = \frac{2\pi\omega_n}{\omega p}\sqrt{\frac{C_0'}{L_0'}}\;\Delta f_B(0,t).$$

Aus den vorhergehenden Ausführungen folgt, daß man die Frequenzänderung in einer Besselleitung für den Fall ohne Primärregler durch die beiden Parameter Verzweigungsgrad k_B des Netzes und bezogene Netzausdehnung N beschreiben kann. Für den Fall mit Primärregler benötigt man noch 2 weitere Parameter, die Statik δ und die Zeitkonstante T_R der Turbinenregler.

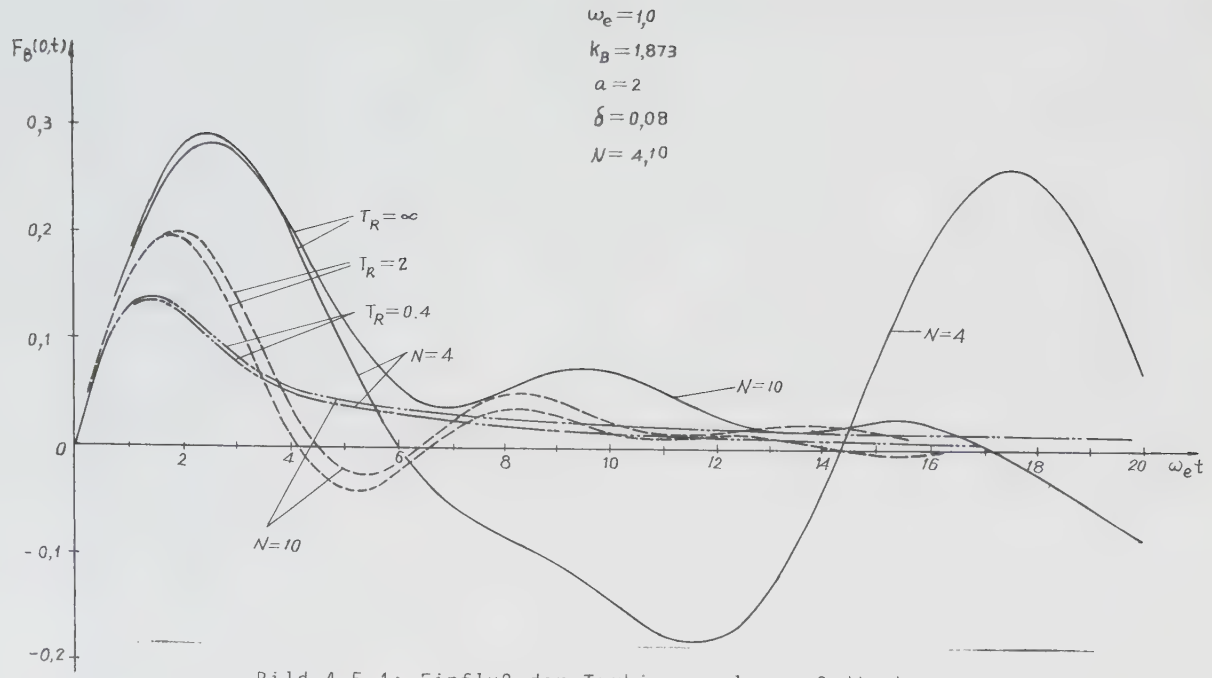
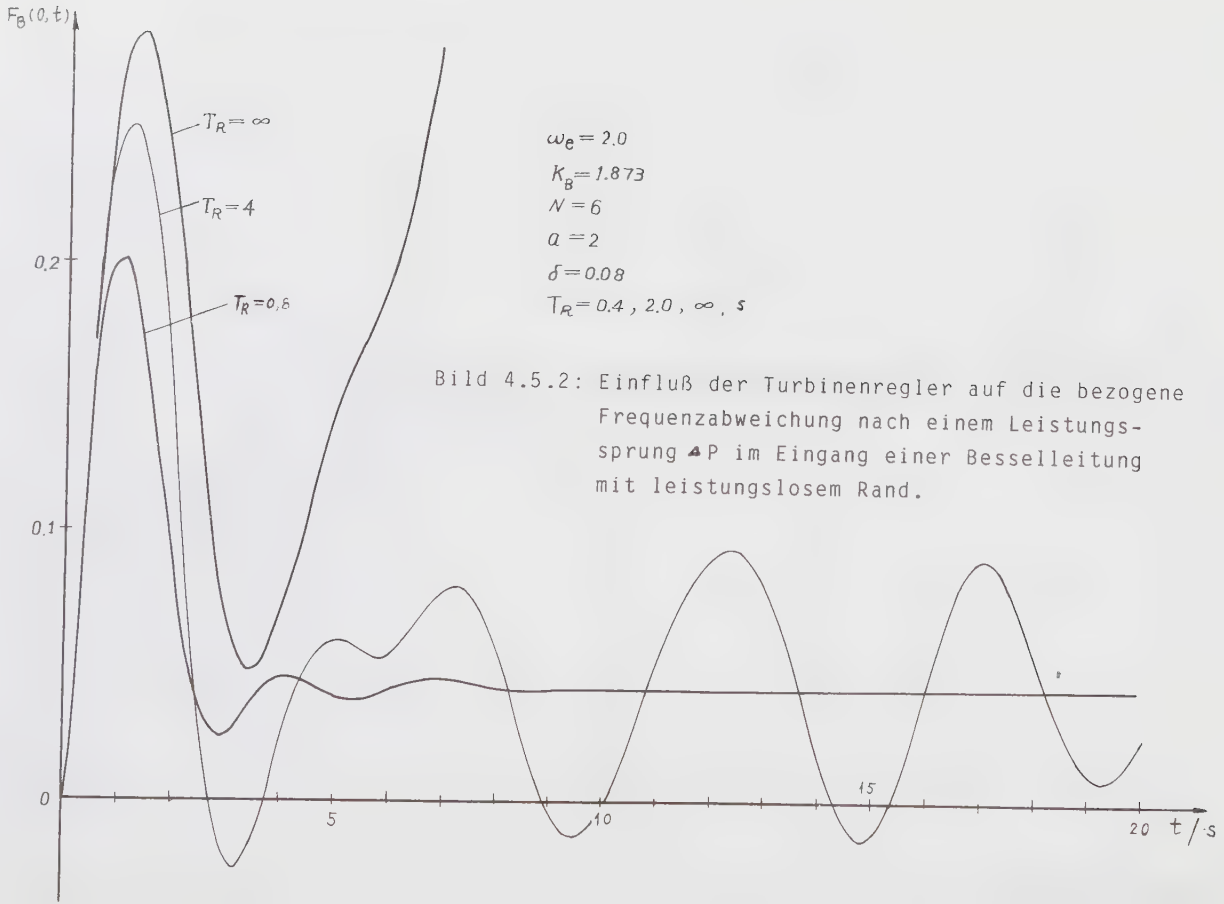


Bild 4.5.1: Einfluß der Turbinenregler auf die bezogene Frequenzabweichung nach einem Leistungssprung ΔP am Eingang einer Besselleitung mit frequenzstarrem Rand.



$\omega_e = 2.0$
$K_B = 1.873$
$N = 6$
$a = 2$
$\delta = 0.08$
$T_R = 0.4\ ,\ 2.0\ ,\ \infty\ ,\ s$

Bild 4.5.2: Einfluß der Turbinenregler auf die bezogene Frequenzabweichung nach einem Leistungssprung ΔP im Eingang einer Besselleitung mit leistungslosem Rand.

5. Behandlung regelmäßig vermaschter Netze

Die ausgeführten Maschennetze der Energieversorgung sind mannigfaltig. Um ihr Frequenzverhalten zu analysieren, müßte man sehr viele typische Maschennetze untersuchen. Statt dessen werden in der vorliegenden Arbeit regelmäßig vermaschte Netze durch ein vereinfachtes Verfahren in äquivalente Exponentialleitungen oder Besselleitungen übergeführt. Zu deren Untersuchung am Leitungseingang ohne Primärregler genügen 2 Parameter K und N.

5.1 Exponentialleitung

In regelmäßigen Maschennetzen nach Bild 5.1.1 sollen hier die Knoten mit 1...n...N eindeutig derart beziffert werden, daß die Abstände aller mit "n+1" gekennzeichneten Knoten vom Störungsort 0 stets ungleich größer sind als die Abstände ihrer benachbarten Knoten "n". Der Netzrand wird so gelegt, daß alle Knoten dort mit "N" beziffert sind. Mit (3.1.2) werden formell die Verzweigungszahlen q_z und q_y der Längs- und Querzweige eines Maschennetzes definiert. An die Stelle von (3.1.4) treten die folgenden Überlegungen.

Wegen der Symmetrie wird näherungsweise angenommen, daß alle Knoten mit gleichem n sich dynamisch stets auf gleichem Potential befinden. Dann gelten $Z_n = Z_L/n_z$ und $Y_n = n_y Y_G$ wie beim Strahlennetz. Dabei bedeuten n_z die Anzahl aller Leitungen, die sich irgendwo im Netz zwischen den Knoten "n-1" und "n" befinden, wodurch Äquipotentialverbindungen in Bild 5.1.1c von der Zählung ausgeschlossen werden, und n_y die Anzahl der irgendwo im Netz an den Knoten "n" angeschlossenen Kraftwerke. Z_n und Y_n werden auf Z_L und Y_G bezogen in Bild 5.1.2 als Stufenkurve ebenso aufgetragen, wie es Bild 3.1.1 für das Strahlennetz zeigt. Die Exponentialkurven $Z'(x)=Z'_o e^{-\mu_z x}$ und $Y'(x)=Y'_o e^{+\mu_y x}$ lassen sich nach der Methode der kleinsten Quadrate für N = 3...6 einpassen. Damit sind

Z_0' und γ_0' sowie μ_z und μ_y abhängig von N bestimmt. Die Randwerte bringt man zweckmäßig in die Form

$$Z_0' = \zeta_{M.E} \frac{Z_L}{\Delta \ell} \qquad (5.1.1a)$$

$$\gamma_0' = \eta_{M.E} \frac{\gamma_G}{\Delta \ell} \qquad (5.1.1b)$$

und mittelt die Exponentialfaktoren

$$\mu_{M.E} = \frac{\mu_z + \mu_y}{2} \qquad (5.1.2)$$

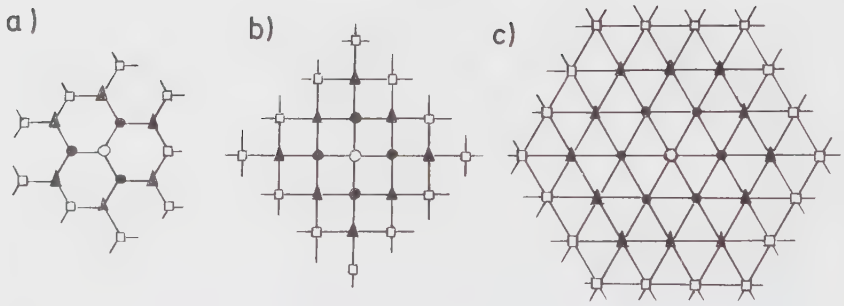


Bild 5.1.1: Beispiele für regelmäßige Maschennetze mit N = 3. In allen Knoten außer 0 sind gleiche Kraftwerke angeschlossen, die beziffert werden mit • n=1, ▲ n=2, ▫ n=3.

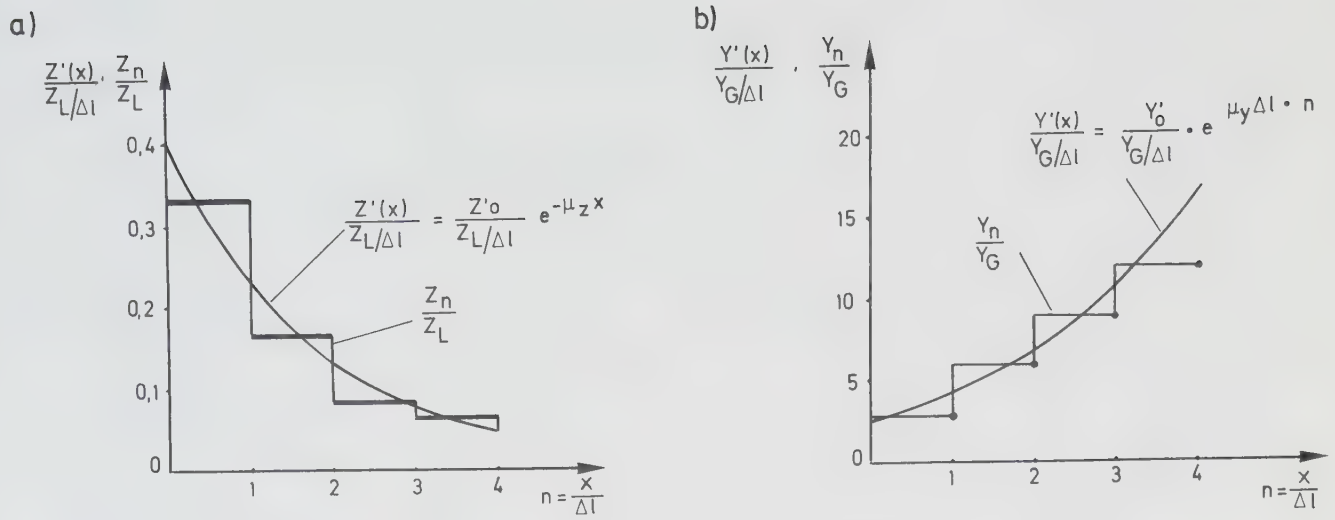


Bild 5.1.2: Bezogener Impedanzbelag $Z'(x)=\frac{Z(x)}{Z_1/\Delta l}$

Admittanzbelag $Y'(x)=\frac{Y_n}{Y_G/\Delta l}$ nach

Bild 5.1.1a für ein wabenfömiges Maschennetz

q=3 nach Bild 5.1.1a mit N=4.

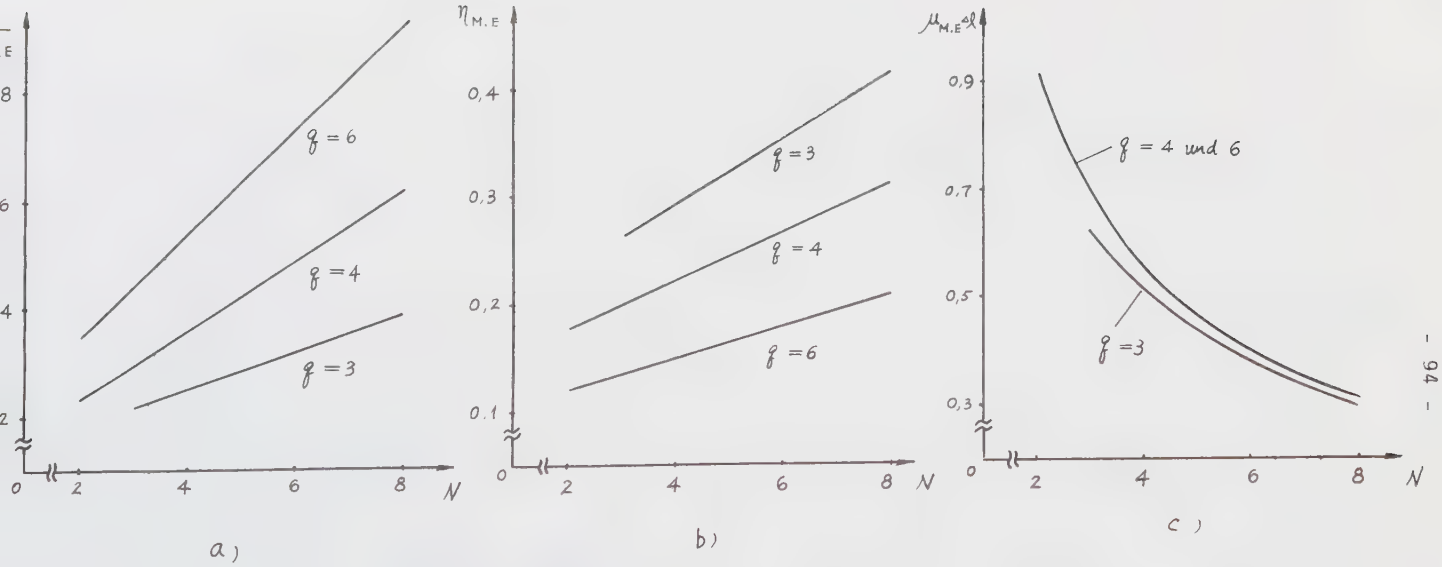


Bild 5.1.3: Analyse begrenzter regelmäßiger Maschennetz abhängig von N und q nach Bild 5.1.1.

a) Faktor $\zeta_{M.E}$ zum Längsimpedanzbelag.

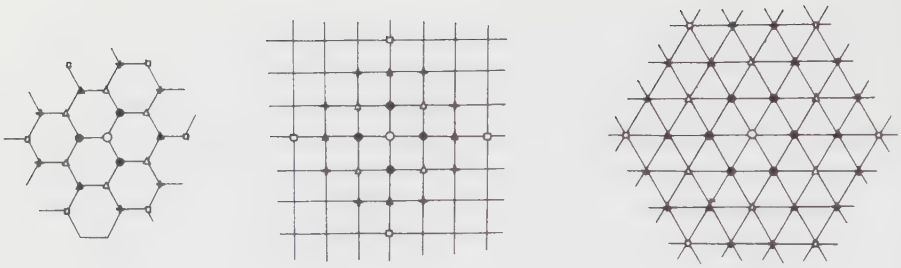
b) Faktor $\eta_{M.E}$ zum Queradmittanzbelag.

c) Exponent $\mu_{M.E}$ l.

(5.1.1a,b) hat die gleiche Form wie (3.1.3). Während jedoch die Beiwerte $\zeta_{S,E}$ und $\eta_{S.E}$ für Strahlennetze für beliebige N gelten, sind $\zeta_{M.E}$ und $\eta_{M.E}$ für Maschennetze von N abhängig, weil n_z und n_y nicht in einer geometrischen Reihe mit n wachsen. Bild 5.1.2 zeigt als Beispiel ein wabenförmiges Maschennetz mit q=3 und eingepaßter Exponentialfunktion für N=4. Die Ergebnisse $\zeta_{M.E}$, $\eta_{M.E}$ und $\mu_{M.E} \cdot \Delta\ell$ sind in Bild 5.1.3 a...c dargestellt.

5.2 Besselleitung

In Bild 5.1.1 haben die mit gleichem Zeichen bezifferten Knotenpunkte nur annähernd gleiches Potential. Um Bild 5.1.3 zu prüfen, werden in Bild 5.2.1a,b,c nur die exakt gleichen Potentialpunkte im regelmäßigen Maschennetz mit gleichen Zeichen beziffert. Legt man die Äquipotentialpunkte des Maschennetzes zusammen, so erhält man vereinfachte Ersatzschaltbilder, die sich stichprobenweise noch numerisch untersuchen lassen. Beispielsweise kann man das regelmäßige Maschennetz in Bild 5.2.1c mit 205 Knotenpunkten in das vereinfachte Maschennetz mit 35 Knotenpunkten in Bild 5.2.2 überführen, indem man die Äquipotentialpunkte zusammenlegt. Die nach der Runge-Kutta-Methode berechneten Frequenzabweichungen in den 35 Kontenpunkten nach einem eingeprägten Momentensprung am Ort 1. sind in Bild 5.2.3 dargestellt. Die Frequenzverläufe verschiedener Potentialpunkte, die ungefähr ähnlich verlaufen, sind zur Anschaulichkeit schraffiert. Legt man solche Punkte annähernd gleichen Potentials zusammen, so erhält man für das regelmäßige Maschennetz mit q=6 den Ersatzkettenleiter in Bild 5.2.4. In diesem Ersatzkettenleiter wachsen die Elemente offensichtlich nach einer arithmetischen Reihe a_z=2, a_y=1. In Bild 5.2.5 werden die von demselben eingeprägten Momentensprung verursachten Frequenzabweichungen des Ersatzkettenleiters Bild 5.2.4 mit den entsprechenden Abweichungen des Maschennetzes Bild 5.2.2



a) q=3 b) q=4 c) q=6

Bild 5.2.1: Beispiele für regelmäßige Maschennetze mit N=3. In allen Knoten außen 0 sind gleiche Kraftwerke angeschlossen. Die exakt gleichen Potentialpunkte sind mit gleichen Zeichen , , , ,... versehen.

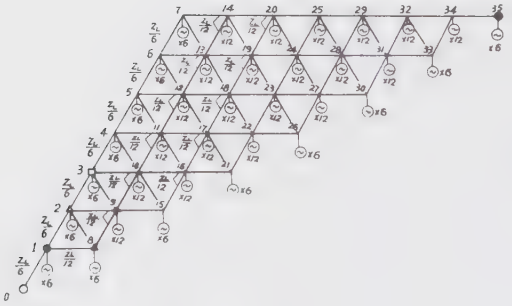


Bild 5.2.2: Vereinfachtes Maschennetz nach der Zusammenlegung der einzelnen gleichen Äquipotentialpunkte des regelmäßigen Maschennetzes mit 205 Knoten und q=6 nach Bild 5.2.1c.

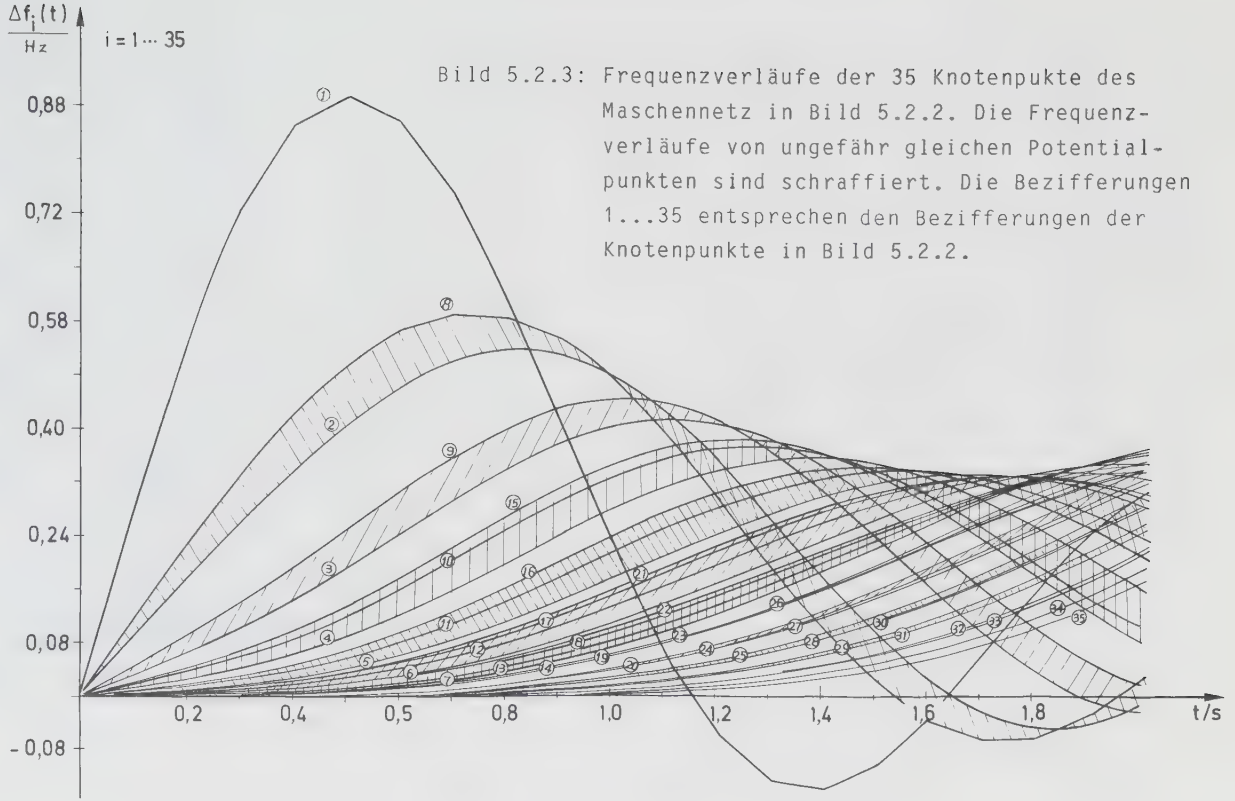


Bild 5.2.3: Frequenzverläufe der 35 Knotenpukte des Maschennetz in Bild 5.2.2. Die Frequenzverläufe von ungefähr gleichen Potentialpunkten sind schraffiert. Die Bezifferungen 1...35 entsprechen den Bezifferungen der Knotenpunkte in Bild 5.2.2.

verglichen. Man erkennt, daß das vereinfachte Verfahren nach Bild 5.1.1 gut geeignet ist. Da die Parameter im Ersatzkettenleiter linear wachsen, sind Besselleitungen zur Nachbildung regelmäßig vermaschter Netze besser geeignet als Exponentialleitungen.

Dieses Ergebnis ist plausibel, da das Differential $dA=2\pi r dr$ einer Kreisfläche A proportional mit dem Radius r wächst und zugleich ein Maß für das Differential dy der Queradmittanz Y des vermaschten Netzes ist.

Für die regelmäßigen Maschennetze mit q=3 und q=4 in Bild 5.1.1a,b kann man dasselbe Verfahren durchführen. Daraus folgen die Beziehungen $a_z=f_z(q)$ und $a_y=f_y(q)$ in Tabelle 5.2.1.

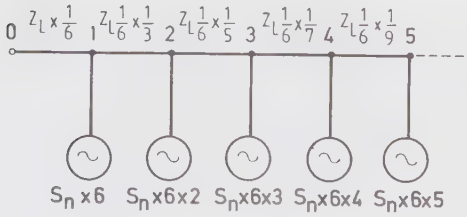


Bild 5.2.4: Ersatzkettenleiter für das regelmäßige Maschennetz mit q=6 in den Bildern 5.2.1c und 5.2.2 nach Vereinfachung.

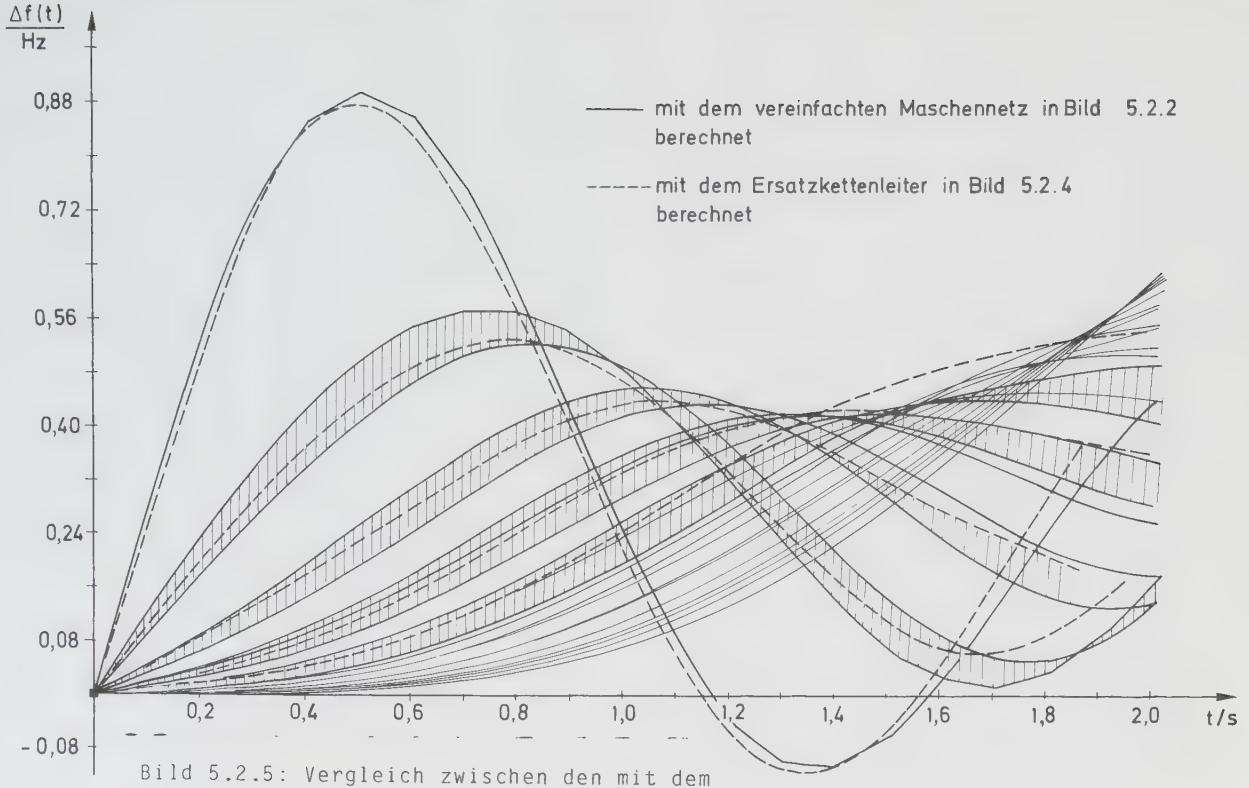


Bild 5.2.5: Vergleich zwischen den mit dem Ersatzkettenleiter in Bild 5.2.4 und mit dem vereinfachten Maschennetz in Bild 5.2.2 berechneten Frequenzverläufen.

Netzform	q_0	a_z	a_y	$\frac{a_z+a_y}{2}$
wie Bild 5.1c	6	2	1	
wie Bild 5.1b	4	2	1	1,5
wie Bild 5.1a	3	1,5	1,5	

Tabelle 5.2.1: Verzweigungsverhältnis a_z und a_y für drei regelmäßige Maschennetze

Für die weitere Berechnung nach den Gleichungen des Abschnittes 4 kann man zur Vereinfachung

$$a = \frac{a_z + a_y}{2} \qquad (5.2.1)$$

einsetzen. Man erkennt, daß das Verzeigungsverhältnis a für alle regelmäßigen Maschennetze etwa gleich ist. Daraus folgt generell

$$k_B = \frac{a}{\Delta l} \cdot \frac{1}{\sqrt{H_0' L_0'}} \doteq 1{,}5 \sqrt{\frac{M_{SL}}{M_{SG}}} \qquad (5.2.2)$$

wobei $M_S = \frac{EU}{\omega_n X} \cos\Theta$ die synchronisierenden Momente der Leitungen L und Generatoren G sind.

Für regelmäßige Maschennetze verbleibt demnach als einziger Parameter die bezogene Netzausdehnung N neben den Größen δ und T_R der Primärregler.

6. Bestimmung der Kenngrößen für die inhomogenen Ersatzleitungen

Grundsätzlich lassen sich 3 Bezugsgrößen für Impedanzen, für Kreisfrequenzen oder Zeitangaben und für Längen angeben, auf die sich alle Resultate beziehen lassen. Dann hängen die Ergebnisse nur noch von wenigen Parametern ab.

6.1 Erste Bezugsgröße: Bezugsimpedanz Z_{ref}

Alle Ergebnisse enthalten die Größe

$$Z_{ref} = \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} = \frac{\omega_n}{\sqrt{M_{SL}\, T_a\, S_{nG}}} = \frac{\omega_e}{h\sqrt{M_{SL} M_{SG}}} \qquad (6.1.1)$$

Sie ist wegen ihrer Dimension als Bezugsimpedanz anzusehen. Multipliziert man sie mit dem aufgegebenen Momentenstoß $\Delta P/\omega_n$, so erhält man den Maßstabsfaktor der Frequenzänderungen:

$$\frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} = \frac{\Delta P}{2\pi\omega_n}\cdot\frac{\omega_e}{h}\cdot\frac{1}{\sqrt{M_{SL} M_{SG}}} \qquad (6.1.2)$$

Dabei sind ω_e die zweite Bezugsgröße nach Abschnitt 6.2 und M_s die synchronisierenden Momente einer Leitung L und eines Generators G.h ist ein Koeffizient, siehe folgender Abschnitt.

6.2 Zweite Bezugsgröße: Eigenkreisfrequenz ω_e der rotierenden Maschinen

Für die Beziehung (3.2.16) gilt

$$\omega_e = \sqrt{\frac{H'_0}{C'_0}} = \sqrt{\frac{\partial M_{el}}{\partial \Theta_G}\cdot\frac{1}{C_0}} \qquad (6.2.1)$$

Da der Wirkleistungs-Frequenz-Vorgang langsam abläuft, der Spannungsregler auf Frequenzänderungen nicht reagiert und der Betriebswinkel im betrachteten Betriebspunkt nicht allzu groß ist, kann man für $X_q \simeq X_d$ approximativ schreiben

$$M_{SG} = \frac{\partial M_{el}}{\partial \Theta_G} = \frac{E_G U_G}{\omega_n X_G} \cos \Theta_{G0} \qquad (6.2.5)$$

mit $X_G = X_d + X_T$

Dann ist die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz

$$\omega_e = h \sqrt{\frac{H_0'}{C_0'}} = h \sqrt{\frac{\omega_n}{T_a}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{S_{nG}} + \frac{Z_n}{X_G}} = h \sqrt{\frac{M_{SG}\,\omega_n}{M_{nG}\,T_a}} \qquad (6.2.6)$$

Hierin sind Q die Blindleistung im betrachteten Betriebspunkt, $Z_n = U_n^2/S_n$ die Nennimpedanz des Synchrongenerators, $M_{nG} = S_{nG}/W_n$ sein Nennmoment und h ein dimensionsloser Beiwert.
Der empirische Koeffizient h erfaßt bei Wasserkraftwerken die träge Masse des Wassers in den Druckrohren, bei Dampfkraftwerken die vergleichsweise geringen Dampfmassen in der Turbine und ihren Zuleitungen, bei Generatoren den Unterschied zwischen gedämpfter und ungedämpfter Eigenfrequenz und im Netz den beachtlichen Einfluß der rotierenden Massen angeschlossener motorischer Verbraucher. Übliche Zahlenwerte sind

$$\frac{X_G}{Z_n} = \frac{X_d + X_T}{Z_n} \simeq \begin{cases} 3{,}0 & \text{für Turbogeneratoren} \\ 1{,}55 & \text{für Wasserkraftgeneratoren} \end{cases}$$

Das synchronisierende Moment $M_{SG} = \frac{\partial M_{el}}{\partial \Theta_G}$ hängt ab von Betriebspunkt Θ_{G0}, Polradspannung E_G, Klemmenspannung U_G und Innenreaktanz X_G des Generators mit vorgeschaltetem Transformator. Die Innenreaktanz X_G ändert sich mit der Frequenzabweichung ω_e zwischen dem Rotor und dem Stator des Generators, siehe Bild 6.2.1/62/. Meistens kann man schreiben /60,61/

$$\frac{\partial M_{el}}{\partial \Theta_G} = M_S = M_{S.0} + M_{S.D} \qquad (6.2.2)$$

mit

$$M_{S.0} = \frac{E_G U_G}{\omega_n X_d} \cos\Theta_{G.0} + \frac{U_G^2}{\omega_n}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\cos 2\Theta_{G.0} \,, \qquad (6.2.3)$$

$$M_{S.D} = \frac{U_G^2}{\omega_n}\sin\Theta_{G.0}\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d}\right)\frac{\omega_e^2 T'^2_d}{1+\omega_e^2 T'^2_d} - \frac{U_G^2}{\omega_n}\cos^2\Theta_{G.0}\left(\frac{1}{X''_q} - \frac{1}{X_q}\right)\frac{\omega_e^2 T''^2_q}{1+\omega_e^2 T''^2_q} \,. \qquad (6.2.4)$$

Dabei bedeuten X'_d, X''_q, die transiente, subtransiente Generatorreaktanz, T'_d, T''_q die transiente, subtransiente Zeitkonstante in d- und q-Achse und $s = \frac{\omega_e}{\omega_n}$ den Schlupf.

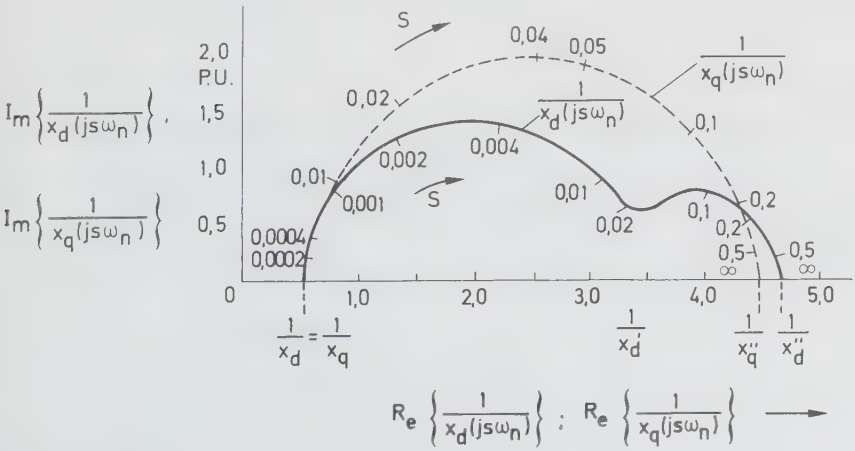


Bild 6.2.1: Reziproke Reaktanz-Operatoren der Längs- und Querachse eines Turbogenerators 270 MVA, 60 Hz.

T_a = 10 sek.

$\frac{Q}{S_n}$ = 0...0,6

Aus der Auswertung von Netzversuchen /63-72/ gewinnt man

h = 0,3...0,6

Damit wird ω_e = 1...4.5 s^{-1}.

Die Abszissen der bezogenen Frequenzabweichungen werden mit $\tau = \omega_e t$ unterteilt, so daß die Ergebnisse für alle ω_e gelten.

6.3 Dritte Bezugsgröße: Bezugslänge l_{ref}

Die Verzweigungsgrade k_E und k_B enthalten die Größe

$$l_{ref} = \frac{1}{\sqrt{H_0' L_0'}} = \sqrt{\frac{M_{sL}}{M_{sG}}} \cdot \Delta l \qquad (6.3.1)$$

Sie ist wegen ihrer Dimension als Bezugslänge anzusehen. Alle Netze mit gleicher Ausdehnung l/l_{ref} verhalten sich bei gleichen Parametern ähnlich.

6.4 Exponentialfaktor μ und bezogene Netzausdehnung N

In regelmäßigen Strahlennetzen mit nach einer geometrischen Reihe wachsenden Parametern folgen q_o, q und N unmittelbar aus der Netzstruktur. Beispiele sind aus Bild 2.6.1 zu ersehen. Der Exponentialfaktor μ für Exponentialleitungen wird mit (3.1.2) berechnet.

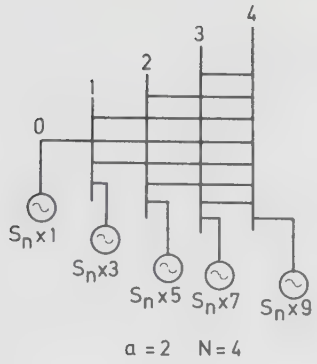


Bild 6.4.1: Beispiel für ein regelmäßiges Strahlennetz mit nach arithmetischer Reihe wachsenden Parametern.

In regelmäßigen Strahlennetzen mit nach einer arithmetischen Reihe wachsenden Parametern kann man a und N ebenfalls unmittelbar aus der Netzstruktur erhalten, wie dies Bild 6.4.1 zeigt.

Für regelmäßige Maschennetze wird der Exponentialfaktor μ mit (3.1.2) und Bild 5.1.3c berechnet. Der Verzweigungsfaktor der Besselleitung ist a=1,5 nach Tabelle 5.1.
N wird von den Netzknoten mit ungefähr gleichem Potential oder vom Ersatzkettenleiter nach den Abschnitten 5.1 und 5.2 bestimmt.

6.5 Verzweigungsgrad k_E und k_B

Aus den Exponentialfaktoren μ folgt mit (3.2.17) der Verzweigungsgrad k_E. Er enthält den dimensionslosen Quotienten $4\,\frac{H'_0 L'_0}{\mu^2}$, der sich mit (3.1.3) oder (5.1.1) umformen läßt in

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} = 4\,\zeta_E \eta_E \frac{H_G L_L}{(\mu \Delta l)^2} \qquad (6.5.1)$$

Berücksichtigt man die Beziehung (3.1.4) wird

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} = 4\,\frac{q}{(q-1)^2} H_G L_L \qquad (6.5.2a)$$

Setzt man H_G und L_L, nach Tabelle 2.3.1 ein, so folgt daraus mit $U_G = U_L$

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} = 4\,\frac{q}{(q-1)^2} \cdot \frac{M_{SG}}{M_{SL}} \qquad (6.5.2b)$$

Der gesuchte Quotient ist für Strahlennetze mit nach einer geometrischen Reihe wachsenden Parametern nur von der Verzweigungszahl q und dem Verhältnis der synchronisierenden Momente M_S der Generatoren und Leitungen abhängig. Daraus folgt

$$k_E = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\frac{q}{(q-1)^2}\frac{M_{SG}}{M_{SL}}}} \qquad (6.5.2c)$$

Führt man ein

$z_{nG} = \dfrac{U_n^2}{S_{nG}}$ Generator-Nennimpedanz

$P_{nat} = \dfrac{U_n^2}{\Gamma_l}$ Natürliche Leistung einer Drehstromleitung

$p_L = \dfrac{P_L}{P_{nat}}$ bezogene Wirkleistung der Drehstromleitung im Nennbetrieb

$x_L = x_L' \Delta l \quad (x_L' \simeq 0{,}3\ \Omega/km)$ Reaktanz der Drehstromleitung

und nimmt man an, daß sich die Kraftwerkleistung in jedem Knoten auf q - 1 weiterführende Leitungen verteilt, also

$S_{nG} = (q-1)\, P_L$, so folgt aus (6.5.2b)

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} = 4\,\frac{E_G \cos\Theta}{E_L \cos\Theta}\cdot\frac{Z_{nG}}{X_d + X_T}\,p_L\,\frac{X_L' \Delta l}{r_L}\cdot\frac{q}{q-1}\,. \qquad (6.5.2d)$$

Mit gerundeten Zahlenwerten erhält man so für $p_L = 1{,}0$

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} \simeq 4 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot \frac{\Delta l}{1000\ km}\cdot\frac{q}{q-1}$$

$$4\,\frac{H_0' L_0'}{\mu^2} \simeq \frac{\Delta l}{200\ km}\cdot\frac{q}{q-1}$$

Mit (3.2.17) wird der Verzweigungsgrad k_E in diesem Beispiel eines Strahlennetzes

$$k_E = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta l}{200\ km}\,\frac{q}{q-1}}}$$

Er hängt stark von der Verzweigungszahl q ab. Für eine unverzweigte Drehstromleitung q=1 wird k_E=0. Das Modell der Exponentialleitung geht in eine homogene Leitung über.

Der Verzweigungsgrad k_B einer Besselleitung wird von (4.2.24) bestimmt, die sich umformen läßt nach Tabelle (2.3.1) in

$$k_B = \frac{1}{\sqrt{H_0' L_0'}}\cdot\frac{a}{\Delta l} = \sqrt{\frac{M_{SL}}{M_{SG}}}\cdot a \qquad (6.5.3)$$

Er hängt stark von dem Verzweigungsverhältnis a ab. Für regelmäßig vermaschte Netze ist $a \simeq 1{,}5$ nach Tabelle 5.2.1. Für eine unverzweigte Drehstromleitung $a = 0$, wird $k_B = 0$: Das Modell der Besselleitung geht ebenfalls in eine homogene Leitung über.

6.6 Einfluß der Primärregler

Der Einfluß der Primärregler ist in den Abschnitten 2.3, 3.5 und 4.5 beschrieben.

7. Beurteilung der Ergebnisse

7.1 Modellgenauigkeit

In inhomogenen ausgedehnten Netzen wird die in Abschnitt 2.6 beschriebene Verteilung der konzentrierten Elemente gewisse Fehler verursachen. Da die Verteilungsverfahren die Kraftwerke des Außennetzes, das stets mit einer Leitung beginnt, näher an die Störungsstelle heranrücken, werden die mit der Exponentialleitung oder der Besselleitung berechneten Frequenzabweichungen in allgemeinen kleiner als die mit konzentrierten Elementen berechneten sein.
Der Fehler hängt naturgemäß von der Länge $\Delta l/l_r$ der Leitungen ab. In üblichen Fällen, nämlich Δl=200km $\sim$ 300km, ist der Fehler annehmbar, wie die Beispiele in Bild 7.1.1 und 7.1.2 zeigen. Wenn die Länge Δl=100km oder noch kürzer ist, wird der Fehler größer, wie im Bild 7.1.3 dargestellt ist. Für solche Fälle kann man aber die bekannten Verfahren /2-8/ benutzen, da die Bewegungen zwischen den einzelnen Generatoren vernachlässigt werden dürfen.

7.2 Rechenzeiten

Entscheidend ist die mit der Exponentialleitung, Besselleitung und den abgeleiteten Näherungsformeln eingesparte Rechenzeit. Die mit unterschiedlichen Methoden benötigten Rechenzeiten eines Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgangs sind in der Tabelle 7.2.1 zusammengestellt.

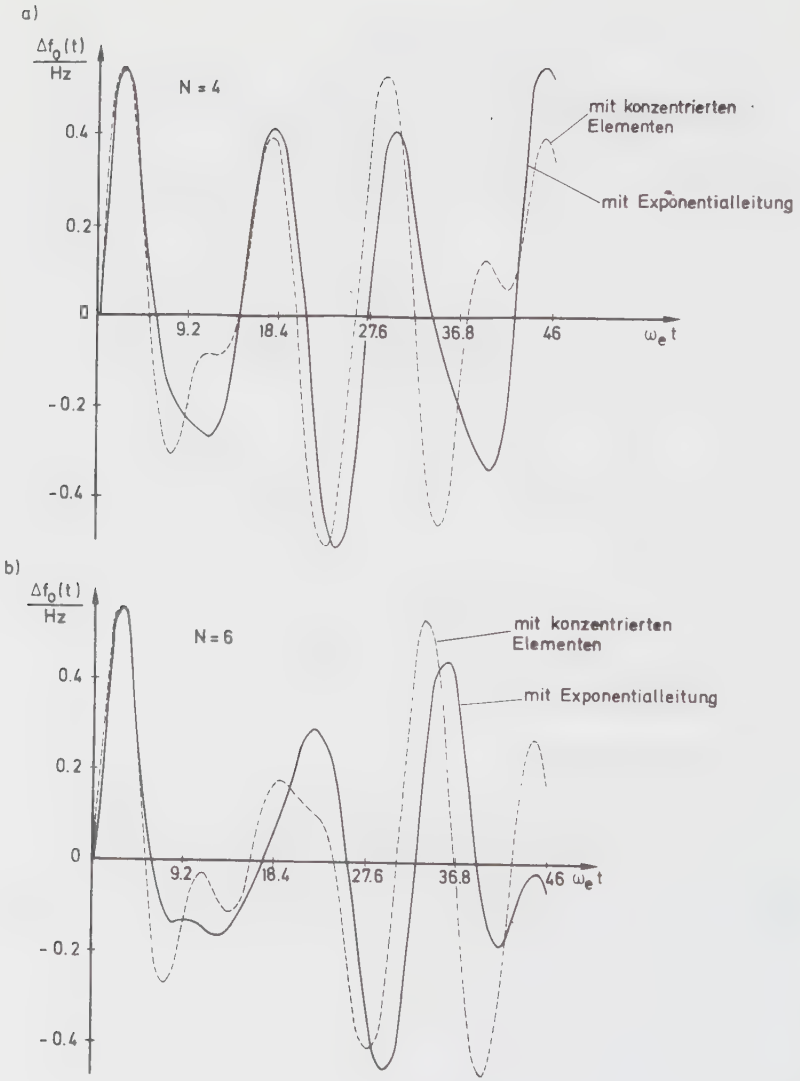


Bild 7.1.1: Vergleich der mit konzentrierten Elementen und mit einer Exponentialleitung berechneten Frequenzabweichungen. Strahlennetz q=2, Δl=300 km.

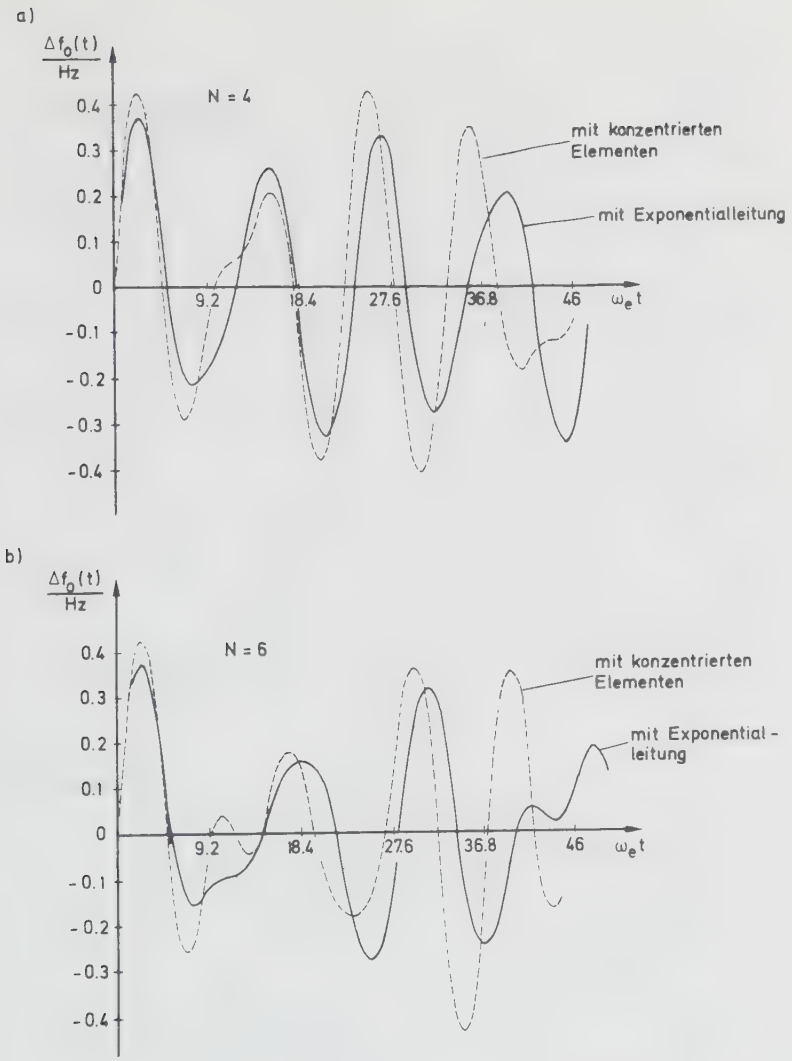


Bild 7.1.2: Vergleich der Frequenzabweichungen wie in Bild 7.1.1, jedoch mit Δl=200 km.

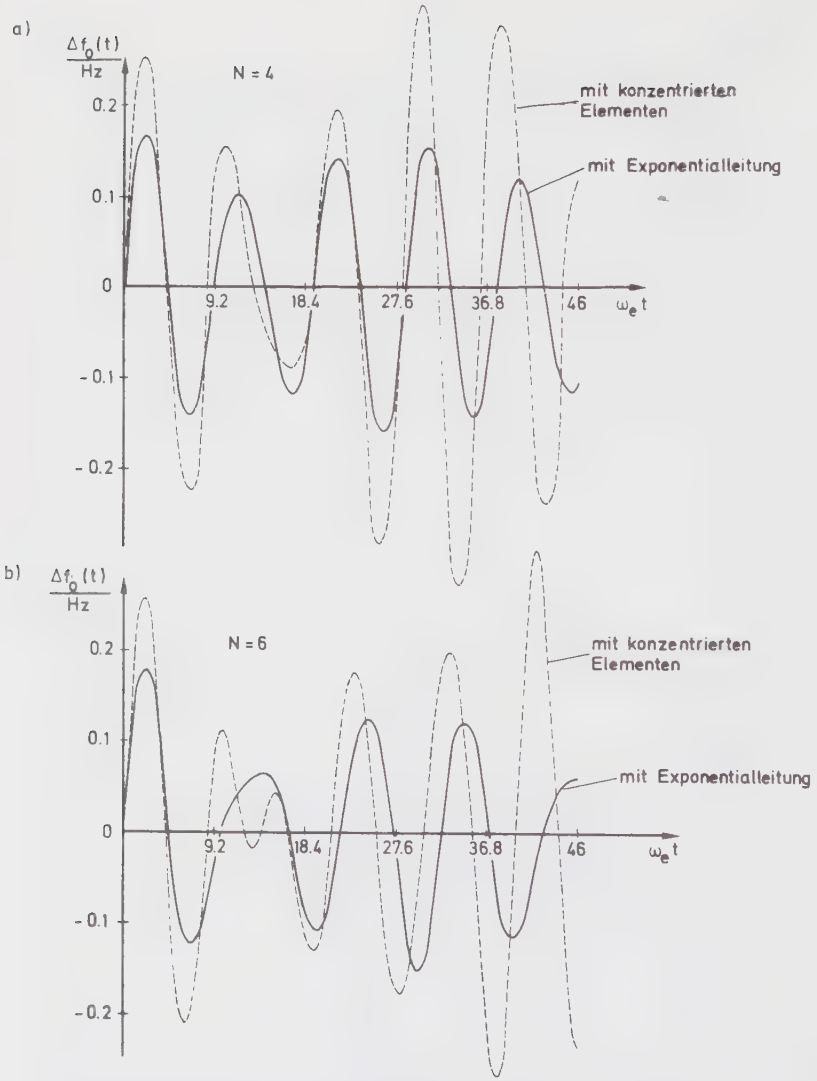


Bild 7.1.3: Vergleich der Frequenzabweichungen wie in Bild 7.1.1, jedoch mit $\Delta l = 100$ km.

Tabelle 7.2.1: Vergleich der Rechenzeiten

Modell	Rechen-methode	Zahl der Knotenpunkte	Rechenzeit
Konzentrierte Elemente	Runge-Kutta	12	180 s
Konzentrierte Elemente	Runge-Kutta	50	780 s
Exponential-leitung	Laplace-Rücktrans.	keine Beschränkung	9 s
Besselleitung	Laplace-Rücktrans.	keine Beschränkung	10 s
Näherungen (3. 4.2) od.(4.4.7)	direkt im Zeit-Bereich	∞	0,8 s

Die angegebenen Zeiten beziehen sich auf eine Rechenanlage FACOM M-150 F.

8. Anwendungsbeispiele

Im Zuge der Bemühungen, das griechische Landesnetz über das jugoslawische Netz an das UCPTE-Netz anzuschließen, wurden Abschaltversuche durchgeführt /75/. Die entsprechenden Frequenzverläufe lassen sich auch mit dem in den vorangegangenen Abschnitten entwickelten Modell eines Exponential- oder Besselleiters mit frequenzstarrem Rand an der jugoslawischen Nordgrenze analysieren. Die Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Verläufe, wie sie in den Bildern 8.1 und 8.2 dargestellt sind, ist bemerkenswert gut. Die der Analyse zugrundeliegenden Parameter sind in der Tabelle 8.1 zusammengestellt.

Als weiteres Beispiel wird hier die Frequenzänderung im UCPTE-Netz nach der Abschaltung von ΔP=660 MW durch das Kernkraftwerk Isar am 13.04.1978 untersucht /63/. Bild 8.3 zeigt die gemessenen und berechneten Frequenzverläufe, die während des entscheidenden ersten Überschwingens zufriedenstellend übereinstimmen.

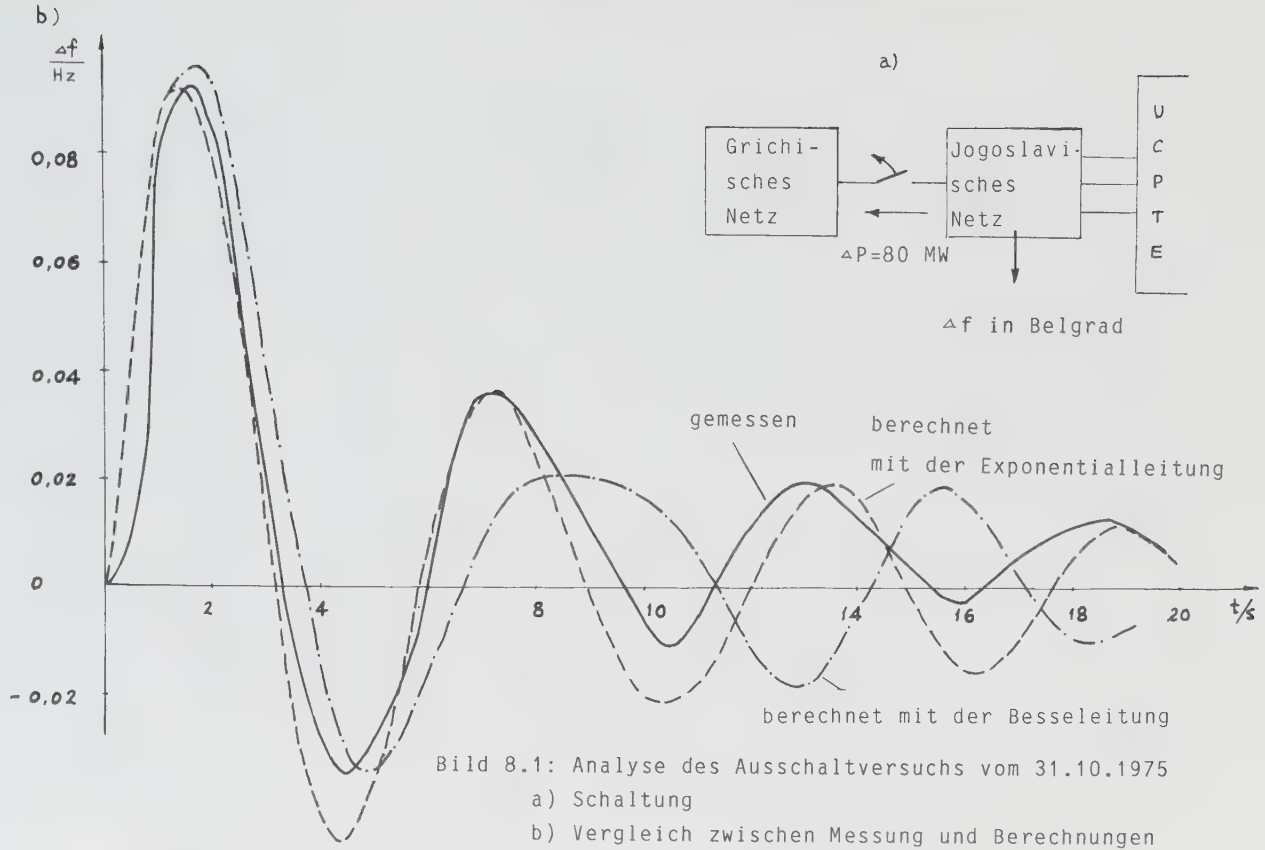


Bild 8.1: Analyse des Ausschaltversuchs vom 31.10.1975
a) Schaltung
b) Vergleich zwischen Messung und Berechnungen

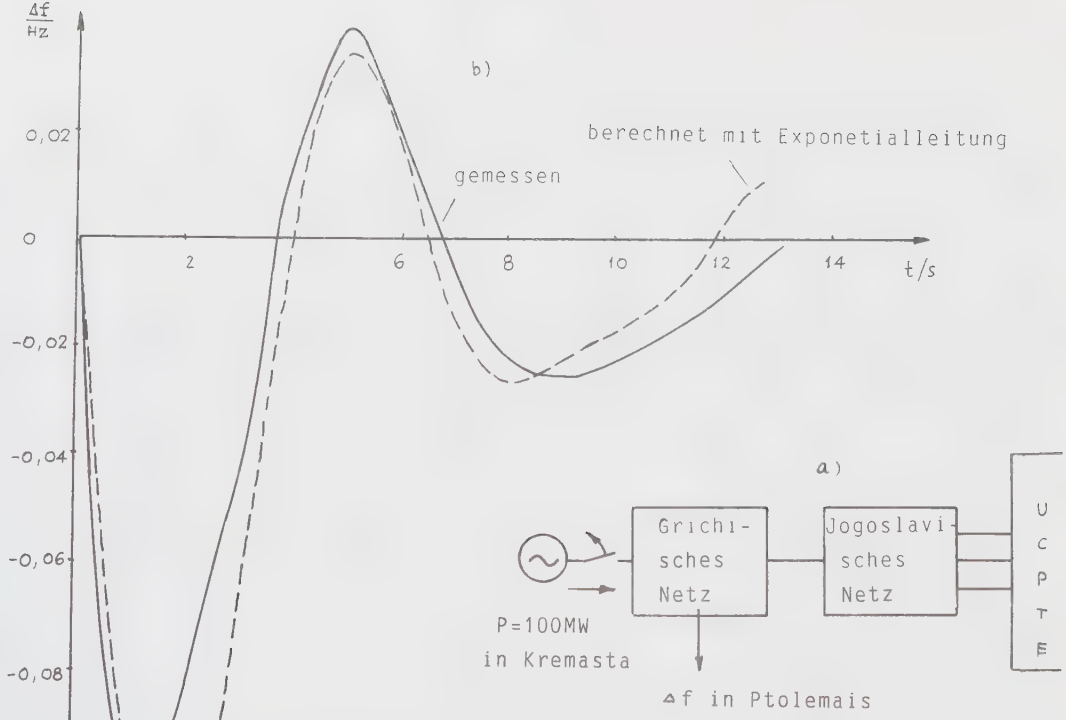


Bild 8.2: Analyse des Ausschaltversuchs vom 1.11.1975
a) Schaltung
b) Vergleich zwischen Messung und Berechnung

Tabelle 8.1 Analyse zweier Abschaltversuche /69/

Ausschaltung	Meßort $n=x/\Delta l$	q_o	q	a	$\frac{S}{MVA}$	$\frac{\Delta l}{km}$	$\frac{\omega_e}{s^{-1}}$	N	k_E	k_B	δ	$\frac{T_R}{sek}$	$\frac{M_{SL}}{M_{SG}}$	Modell
des griechischen Landesnetzes 31.10.1975 Bild 8.1	0,74	1,0	1,69	/	150	350	1,5	5	0,22	/	8%	2	2	Exponential-leitung
		1,0	/	2,33	206	350	1,5	5	/	1,49	8%	2	2	Bessel-leitung
eines 100 MW-Generators in Kremasta 1.11.1975 Bild 8.2	1,23	2,0	1,36	/	133	260	1,5	8	0,14	/	8%	2	2	Exponential-leitung

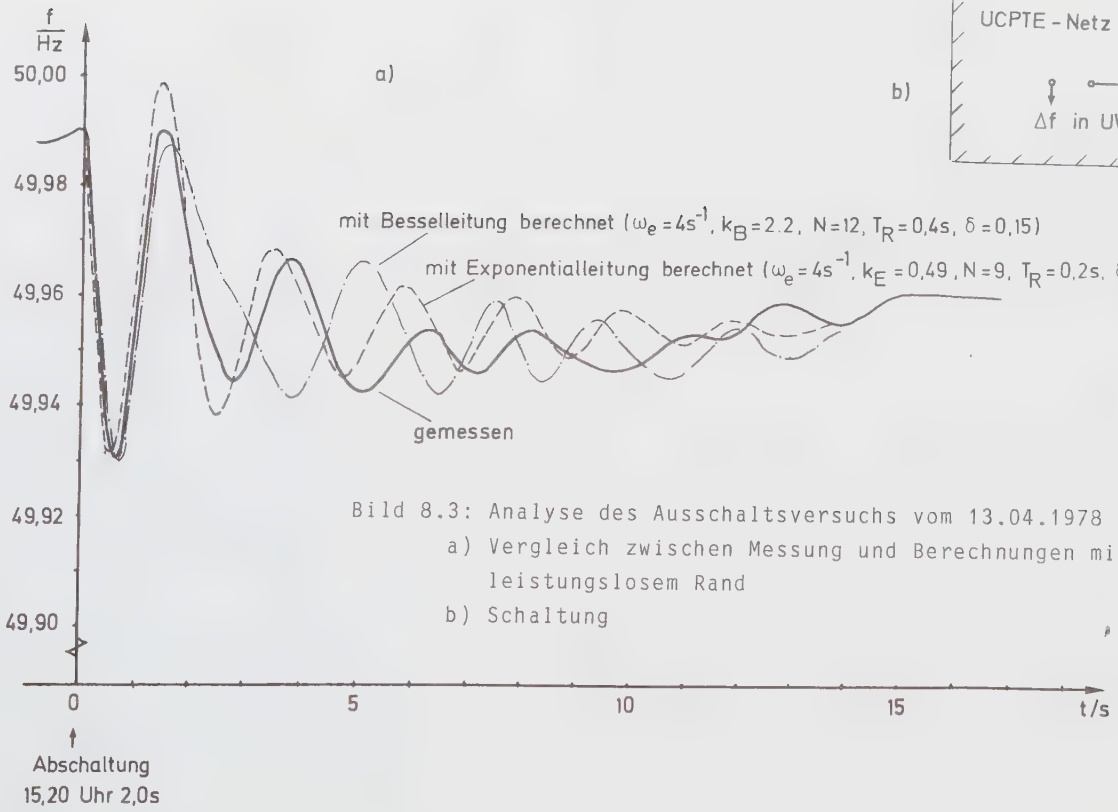


Bild 8.3: Analyse des Ausschaltsversuchs vom 13.04.1978
a) Vergleich zwischen Messung und Berechnungen mit leistungslosem Rand
b) Schaltung

9. Zusammenfassung

Mit den in der vorliegenden Arbeit entwickelten Modellen einer Exponential- und Besselleitung wird der Verlauf der Frequenzänderung in ausgedehnten, regelmäßigen Strahlen- und Maschennetzen analysiert. Ihre Eignung als dynamisches Kurzzeitäquivalent der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Netzen wird nachgewiesen.

Zur Beschreibung der Modelle ohne Turbinenregler reichen neben den Bezugsgrößen der Verzweigungsgrad k (k_E oder k_B) des Netzes und die bezogene Netzausdehnung N aus. Für alle regelmäßig vermaschten Netze ist k_B ungefähr gleich. Die Primärregler werden mit zwei weiteren Parametern, der Statik δ und der Zeitkonstante T_R des Reglers, Stellgliedes und Stoffstromes erfaßt.

Alle Modellgrößen und folglich auch die Verläufe der Wirkleistung und Frequenz lassen sich aus den vorgegebenen Daten des realen, regelmäßigen Strahlen- oder Maschennetzes mit praktisch ausreichender Genauigkeit berechnen.

Die Frequenzänderung breitet sich im allgemeinen nicht nach Wanderwellenart mit konstanter Geschwindigkeit aus, abgesehen von den gleichmäßigen Kettennetzen. Bei begrenzten Netzen verschieben sich die Abweichungsmaxima zeitlich. Die in den Zeitraum zurücktransformierten Hyperbel- und Besselfunktionen lassen sich in einfachen Fällen durch Ersatzschaltungen mit 4 konstanten Koeffizienten annähern.

10. Literatur

/ 1/ Becker, G.; Brützl, O.; Busch, H.G.; Hagenmeyer, E.: Demands on Power System Control to Maintain Equilibrum between Power Consumption and Power Generation. CIGRE Report 32-14, 1980.

/ 2/ Rüdenberg: Elektrische Scaltvorgänge. Herausgeg. von Dorsch, H.; Jacottet, P. Berlin: Springer,1974.

/ 3/ Venikov, V.: Transient Phenomena in Electrical Power Systems. Oxford: Pergamon, 1964.

/ 4/ Hosemann, G.; Boeck, W.: Grundlagen der elektrischen Energietechnik. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1979.

/ 5/ Ying-duo Han; Shwu-Ying Guo: Study on the Influence of Impact Loads upon the Power System. Tsinhua-University.Beijing 1979 (unveröffentlicht).

/ 6/ Stanton, K.N.: Dynamic Energy Balance Studies for Simulation of Power Frequency Transients. PICA Conference, Boston, May 23-26, 1971.

/ 7/ Stanton, K.N.: Power Systems Dynamic Energy Balance. In: Handschin, E. (Herausgeber): Real Time Control of Electric Power Systems, Proceeding of the Scientific Symposium, 27.-29. September 1971, Baden, Schweiz.

/ 8/ Grebe, E.; Handschin, E.; Dynamische Langzeitstabilität von Netzen. Elektrizitätswirtschaft 78(1979), S. 725-731.

/ 9/ Stott, B.: Power System Dynamic Response Calculations. Proceedings of the IEEE 67(1979), S. 219-241

/10/ Crevier, D.; Schweppe, F.C.: The Use of Laplace Transforms in Simulation of Power System Frequency Transients. IEEE Trans. on PAS 94(1975), S. 236-241.

/11/ Undrill, J.M.; Turner. E.A.: Construction of Power System Electromechanical Equivalents by Model Analysis. IEEE Trans. on PAS 90(1971), S. 2049-2059.

/12/ Price, W.W.; Gulachenski, E.M.; Kunder, P.; Lange, F.J.: Testing of the Model Dynamic Equivalents Technique. IEEE Trans. on PAS 97(1978), S. 1266-1372.

/13/ Mahmoud, M.S.; Singh, M.G.: Large Scale Systems Modelling. Oxford: Pergamon,1981.

/14/ Takeda, S.; Nishida, S.: Derivation of Dynamic Equivalents for Stability Analysis. Internat. Journal of Electrical Power and Energy Systems 2 (1980), S. 96-102.

/15/ Price, W.W.; Ewart, D.N.; Gulachenski, E.M.; Silva, R.F.: Dynamic Equivalents from On-Line Measurements. IEEE Trans. on PAS 94 S. 1349-1357.

/16/ Namba, M.; Nishiwaki, T.; Yokokawa, S.; Ohtsuka, K.; Ueki, Y.: Identification of Parameters for Power System Stability Analysis. IEEE Trans. on PAS 100 (1981) S. 3304-3311.

/17/ Grund, C.E.: Power System Model Identification from Large Scale Simulations Using Model Adaptive Reference Control. IEEE Trans. on PAS 97 (1978), S. 780-788.

/18/ Masiello, R.D.; Schweppe, F.C.: Multi-Machine Excitation Stabilization via System Identification. IEEE Trans. on PAS 94 (1975), S. 444-454.

/19/ Denzel, D.; Graf, F.R.; Verstege, J.: Identification of E ternal Network Equivalents from Estimated Internal System States. PICA, Toronto,1977.

/20/ Ibrahim, M.A.H.; Mostafa, O.M.; El-Abiad, A.H.: Dynamic Equivalents Using Operating Data and Stochastic Modeling. IEEE Trans. on PAS 95 (1976), S. 1713-1722.

/21/ Ueda, R.; Takata, H.; Yoshinura, S.; Takata, S.: Estimation of Transient State of Multi-Machine Power System by Extended Linear Observer. IEEE Trans. on PAS 96 (1977), S. 681-687.

/22/ Yao-nan Yu: Electric Power System Dynamics. New York: Academic. Press 1983.

/23/ Yao-nan Yu; El-sharkawi, M.A.: Estimation of Unknown Large Power System Dynamics. IEEE Trans. on PAS 98 (1979) S. 279-289.

/24/ Yao-nan Yu; El-sharkawi, M.A.: Estimation of External Dynamic Equivalents of a Thirteen-Machine System. IEEE Trans. on PAS, 100 (1981), S. 1324-1332.

/25/ Shen Shan-de; Yan Mao-song; Huang Yi-zhuang: On-Line Power System Dynamic Identification Using Correlate-Filt Technic. Science Report of Tsinghua-University, QH81032 (No.104), Beijing, 1981.

/26/ de Mello, R.W.; Podmore, R; Stanton, K.N.: Coherency-Based Dynamic Equivalents: Applications in Transient Stability Studies. 1975 PICA Conference Proceedings, S. 23-31.

/27/ Podmore, R.: Identification of Coherent Generators for Dynamic Equivalents. IEEE Trans. on PAS 97 (1978), S. 1344-1354.

/28/ Germond, A; Podmore, R.: Dynamic Aggregation of Generating Unit Models. Paper F 771654-4, IEEE Winter Meeting, New York, January 1977, S. 1550-1557.

/29/ Lee, S.T.Y.; Schweppe, F.C.: Distance Measures and Coherency Recognition for Transient Stability Equivalents. IEEE Trans. on PAS 82 (1973), S. 1550-1557.

/30/ Wu, F.; Narasimhamurthi, N.: Coherency. Identification for Power System Dynamic Equivalents. IEEE Trans. on Circuits and Systems 30 (1983), S. 140-147.

/31/ Shimo, W.; Zanrun, S.; Guongqi, L.: Coherency Identification by Generator-Acceleration-Distance Method for On-Line Transient Stability Calculations in Large Scale Electrical Power Systems. Journal of Xian Jiaotong University no. 5, Xian 1982, S. 103-114.

/32/ Leonhard, W.: Regelung in der elektrischen Energieversorgung. Stuttgart: Teubner 1980.

/33/ Biermanns, J.: Netzvermaschung und Kurzschlußleistung. ETZ-A, (1953), S. 147-149 und S. 501-504.

/34/ Oeding, D.; Seele, W.; Zimmermann,W.S.: Berechnung der Kurzschlußströme in gleichmäßig vermaschten, ausgedehnten Drehstromnetzen. Elektrizitätswirtschaft 73 (1974), S. 662-666.

/35/ Gimber, H.: Ermittlung des zulässigen Schaltbereichs für das Parallelschalten von Drehstromnetzen. Dissertation Technische Hochschule Darmstadt 1976.

/36/ Kasper, R.: Unendlich ausgedehnte Netze mit quadratischen Maschen. etz-a 99 (1978),S. 332-334.

/37/ Hosemann, G.; Hartenstein, R.: Self-Excited Electromechanical Oscillation in Power Systems and Means for Control. Proc. of the Symposium on Real-Time Control of El. Power Systems. Amsterdam: Elsevier, 1972, S. 63-80.

/38/ Hosemann, G,: Netze im nichtstationären Betrieb. Vorlesung Univ. Erlangen-Nürnberg, WS 1979/80.

/39/ Juillard, E.: Influence des variations de tension et de frequence sur la charge absorbee par les consommateurs. Bull. SEV 49 (1958), S. 570-576.

/40/ UCPTE-Jahresbericht 1964-1965: Die Leistungszahlen im Netz der U.C.P.T.E-Länder. Heidelberg: DVG.

/41/ Didlaukis, M.; Kaden, H.: Die inneren Ungleichmäßigkeiten von koaxialen Breitbandkabeln. Elektr. Nachr.-Techn. 14 (1937),S. 13.

/42/ Zin, G.: Suila deformazione dei segnali nei cavi irregolori. Rendiconti di Matermarica. Ser. VI, 2 (1941), S. 33.

/43/ Burrowsch, R.: The Exponential Transmission Line. Bell Syst. Techn. J. 17 (1938), S. 555.

/44/ Weeler, H.A.: Transmission Lines with Exponential Taper. Proc. Inst. Radio Engrs., N.Y.27 (1939),S. 65.

/45/ Eckart. G.: Reaktanz- und Vierpoltheorie inhomogener idealer Leitungen. Hochfrequenztechnik 55 (1940),S. 173.

/46/ Wagner, K.W.: Die Theorie ungleichförmiger Leitungen. Archiv für Elektrotechnik 36 (1942), S. 69-96.

/47/ Ruhrmann, A.W.: Die Energieausbreitung auf einer Leitung mit e ponentiell veränderlichem Wellenwiderstand. Z. Hochfrequenztechn. 58 (1941), S. 61-69.

/48/ Zinke, O.: Die Exponentialleitung als Transformator. Funk und Ton 1 (1947), S. 119-129.

/49/ Ghose, R.N.: Exponential Transmission Lines as Resonators and Transformers. Trans. I.R.E., 1957, MTT-5, no. 3, S. 213.

/50/ Gurley, J.E.: Impedance Matching by Means of Nonuniform Transmission Lines. Trans. I.R.E., 1952, Ap-4, S. 107.

/51/ Martin, A.V.J.; Young, F.J.: Calculation On-Line with Continuously Variable Impedance. J. Phys. Radium 19 (1958), S 65A.

/52/ Young, L.: Inhomogeneous Quarter-Wave Transformers. Microwave J. (1962) February, S. 84.

/53/ Jacobs, I.: A Generalization of the Exponential Line. Proc. I.R.E. 47 (1959), S. 97.

/54/ Wohlers, M.R.: Lumped and Distrubuted Passive Networks. New York: Acad. Press, 1969

/55/ Collin, r.E.: Fundation for Microwave Engineering. New York: Mc Graw-Hill, 1966.

/56/ Harvey, A.F.: Microwave Engineering. London: Acad. Pr., 1963

/57/ Zinke, O.; Brunswig, H.: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik. Berlin: Springer,1965.

/58/ Pozet, T.A.: Grundlage der Zylinder-Funktionen und ihre Anwendung in der Radiotechnik. Sowiet Radio, 1956 (in Russisch).

/59/ Spiegel, M.R.: Schaum's Outline of Theory and Problems of Advanced Mathematics for Engineers and Scientists. New York: McGraw-Hill, 1971.

/60/ Urusov, I.d.: Lineare Schwingungstheorie der Synchronmaschine. UdSSR: NAUK, 1960 (in Russisch).

/61/ Warner, A.N.: Grundlagen der Ausgleichsvorgänge der Synchronmaschinen. Moskau: Energie, 1960 (in Russisch).

/62/ Happoldt, H.; Oeding, D.: Elektrische Kraftwerke und Netze. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1978.

/63/ Grimm, G.: Informationstechnik aus der Steckdose, mehr Sicherheit bei der Stromversorgung. etz-a 101 (1980), S. 230-234.

/64/ UCPTE Jahresbericht 1958-1959: Ergebnisse neuer Abschaltversuche in den Netzen Westeuropas zur Bestimmung von regeltechnischen wichtigen Größen. Heidelberg: DVG

/65/ Barbier, C.; Ferrari, E.; Johansson, K.E.: Questionnaire on Electromechanical Oscillation Damping in Power Systems, Report on the Answers. Electra 64 (1979), S. 59-90.

/66/ Arcidiacono, V.; Ferrari, E.; Marconato, R.; Sacomanno, F.: Alalysis of Factors Affecting the Damping of Low Frequency Oscillations in Multimachine Systems. CIGRE Report 32-19, 1976.

/67/ Arcidiacono, V.; Brkic, T.; Ferrari, E.; Kajari, M.; Marconato, R.; Niksic, M.: Studies and Experimental Results on Electromechanical Oscillation Damping in Yugoslav Power Systeme. IEEE Report No. A 75 420-0, PES Summer Meeting, San Francisco, Calif., July 1975.

/68/ Arcidiaxono, V.; Ferrari, E.; Saccomanno, F.: Studies on Damp ng of Electromechanical Oscillations in Multimachine Systems with Longitudinal Structure. IEEE Trans. on PAS 95 (1976), S. 450-460.

/69/ Arcidiancono, V.; Brkic, T.; Epitropakis, E.; Ferrari, E.; Marconato, R.; Saccomanno, F.: Results of Some Recent Measurements of Low-Frequency Oscillations in an European Powor System with Longitudinal Structure. CIGRE Report 32-19,1976.

/70/ de Mello, F.P.; Concordia, C.: Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control. IEEE Trans. on PAS 87 (1969), S. 316-329.

/71/ Bolden, R.L.; Wallace, P.J.; Grainger, A.W.: Consideration in the Improvement of System Damping on the South East Australian Interconnected System. CIGRE Report 31-05, 1982.

/72/ Fairney, W.; Myles, A.; Whitelegg, T.M.; Murray, N.S.: Low frequency Oscillations on the 275 kV Interconnectors between Scotland and England. CIGRE Report 31-08, 1982.

/73/ Baker, A.D.: Power System Response to Frequency Transients. IEEE Trans. on PAS 90 (1971), S. 2420-2426.

/74/ Babier, C.; Gougeuil, J.C.: Influence de la structure et de certaines grandeurs caractéristiques d'un réseausur son comportement dynamique. Rev. gén. de l' Electricité 78 (1969), S. 1097-1115.

/75/ Küpfmüller, K.: Theoretische Elektrotechnik. Berlin, Heidelberg, New York: Springer,1973

/76/ Edelmann, H.: Berechnung elektrischer Verbundnetze. Berlin: Springer, 1963.

/77/ Edelmann, J.; Sindelar, R.: Regeleigenschaften konventioneller Kraftwerksblöcke. etz-a 99 (1978), S. 403-409.

/78/ Dubner, H.; Abate, J.: Numerical Inversion of Laplace-Transforms by relating to the Finite Fourier Cosine Transform. Journal ACM 15 (1962), S. 115-123.

/79/ Hosemann, G.; Ying-duo Han: Analyse der Wirkleistungs-Frequenz-Ausgleichsvorgänge in ausgedehnten Verbundnetzen. Archiv für Elektrotechnik 65 (1982), S. 327-339.

/80/ Qiang Lu; Zong-hong Wang; Ying-duo Han: Optimalregelung in elektrischen Verbundnetzen. Beijing: Chinesischer Wissenschafts-Verlag, 1982 (in Chinesisch).

Anhang

Verwendete Formelzeichen, Indizes, Abkürzungen

Formelzeichen für das reale Netz

E	Eingangsspannung eines Zweiges, Quellenspannung
f, Δf	Frequenz und -abweichung
Δf^*	Frequenzabweichung einschließlich Dirac-Impuls
$F = \frac{2\pi u_h}{\Delta P}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}\Delta f$	bezogene Frequenzabweichung beim Wirkleistungssprung ΔP
J	polares Massenträgheitsmoment 2. Grades von Generator und Turbine
l	Leitungslänge vom Störungsort bis zum Netzrand
Δl	Länge einer Leitung zwischen benachbarten Kraftwerken
M, m	Drehmoment und -abweichung
$N = \frac{l}{\Delta l}$	bezogene Netzausdehnung
P	Wirkleistung
$p_L = P/P_{nat}$	auf die natürliche Leistung bezogene Wirkleistung
p	Bildvariable bei der Laplace-Transformation
p	Polpaarzahl des Synchrongenerators
Q	Blindleistung
q	Verzweigungszahl der Exponentialleitung
q_o	Verzweigungszahl am Störungsort
s	Schlupf
S	Scheinleistung
S	Scheinleistungssumme aller an den Knoten 1...N angeschlossener Generatoren
t	Zeit
T	Zeitkonstante

T_a	mechanische Anlaufzeitkonstante
X	Reaktanz der verlustlosen Betriebsmittel
Z	Impedanz eines Betriebsmittels
δ	Statik des Turbinenreglers
Θ	Leitungswinkel oder Polradwinkel
θ	Abweichung von Θ
$\cos\varphi_n$	Nenn-Verschiebungsfaktor
$\omega, \Delta\omega$	Kreisfrequenz und -abweichung
ω_e	mechanische Eigenkreisfrequenz der rotierenden Maschinen

Formelzeichen für die äquivalenten Modelle

a	Verzweigungsverhältnis der Besselleitung
C	Kapazität
G	Kehrwert eines ohmschen Widerstands
H	Kehrwert der Induktivität im Querzweig
h	empirischer Koeffizient für bewegte Massen
I, i	Strom und -abweichung
I_0, I_1, K_0, K_1	Modifizierte Besselfunktion 0.- oder 1.-Ordnung
k	Verzweigungsgrad
K	Konstante
L	Induktivität im Längszweig
$\tau = \omega_e t$	bezogene Zeit
U, u	Spannung und -abweichung
x	Leitungskoordinate
Y, y	Queradmittanz und -belag
Z, z	Längsimpedanz und -belag
Z(0,p)	Eingangsimpedanz im Laplace-Bildraum

α , μ	Exponentialfaktoren nach Abschnitt 3.1 und 3.2
α , β	Exponentialfaktoren für die Ersatzschaltung (3.4.7)
β , ν	Faktor für Exponentialleitung nach (3.2.3) und für die Besselleitung nach (4.2.4)
Γ	Wellenwiderstand
ζ	Faktor zum Längsimpedanzbelag am Leitungseingang
η	Faktor zum Queradmittanzbelag am Leitungseingang
λ	Bezogene Verzweigungsverhältnisse der Besselleitung nach (4.1.2)
τ , φ , ψ	Variable

Indizes

B	Besselleitung
d	Längsachse des Generator-Polrades
E	Exponentialleitung
e	Eigenwert oder Ersatzschaltbild
el	elektrische Größe, auf 1 Polpaar bezogen
g	Generator, Kraftwerk
h	zum Leitungsende gerichtet (Hauptrichtung)
H	Homogene Leitung
L	Leitung
M	Maschennetz
m, max	Höchstwert
mech	mechanische Größe
n	Nennwert
nat	Natürliche Leistung

0, l	Anfang und Ende der Leitung
R	Regler, Stellglied und Stoffstrom
r	zum Leitungsanfang gerichtet (Reflexionsrichtung)
ref	Bezugswert
T	Blocktransformator im Kraftwerk
y	im Querzweig
z	im Längszweig

Längenbezogene Größen (Beläge) nach DIN 1304 Teil 1 sind mit einem hochgestellten Beistrich versehen.

Abkürzungen

$I_{0,l}$, $I_{1,l}$	$I_0(\gamma(1+\lambda l))$, $I_1(\gamma(1+\lambda l))$
$K_{0,l}$, $K_{1,l}$	$K_0(\gamma(1+\lambda l))$, $K_1(\gamma(1+\lambda l))$
$I_{0,x}$, $K_{0,x}$	$I_0(\gamma(1+\lambda x))$, $K_0(\gamma(1+\lambda x))$
$k_{\lambda,K}$	$1 / (1+\lambda l)\ (I_{0,l} K_{1,l} + K_{0,l} I_{1,l})$

Lebenslauf

Ying-duo Han
Geboren am 4.5.1938 in Liaoning, Volksrepublik China, verheiratet seit dem 19.1.1966 mit Yuan-yuan Liu, 2 Kinder

Eltern: Geng-yao Han und Yü-fang Zhao

Schulen: 1944-1950 Volksschule in Shenyang, Volksr. China
1950-1953 Mittelschule in Shenyang
1953-1956 Hoch-Mittelschule in Shenyang
August 1956 Abitur

Studium: 1956-1962 Studium im Fachbereich elektrische Energieversorgung an der Tsinghua Universität in Beijing, Vorksrepublik China
Januar 1962 Diplom-Hauptprüfung

Praktika: 1957 Fachpraktikum im thermischen Kraftwerk Beijing,
1959 im hydraulischen Kraftwerk Fung-man,
1960 im hydraulischen Kraftwerk Mie-yün,
Volksrepublik China; insgesamt 7 Monate

Aspirant: 1962-1966 am Lehrstuhl für Elektrische Verbundnetze und ihre Automatisierung der Tsinghua Universität Beijing
April 1966 Aspirantenprüfung

Beruf: 1966-1978 wissenschaftlicher Assistent an der Elektrotechnischen Fakultät der Tsinghua Universität Beijing,
1978-1979 Dozent an der Elektrotechnischen Fakultät der Tsinghua Universität Beijing
1980-1981 Stipendiat der Alexander von Humboldt Stiftung am Lehrstuhl f. Elektrische Energieversorgung der Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Bundesrepublik Deutschland
ab 1982 Dozent an der Elektrotechnischen Fakultät der Tsinghua Universität,Beijing.

Druck: Offsetdruckerei Karl Döres, 8520 Erlangen, Jägerstr. 3, Inh. B. Lengenfelder